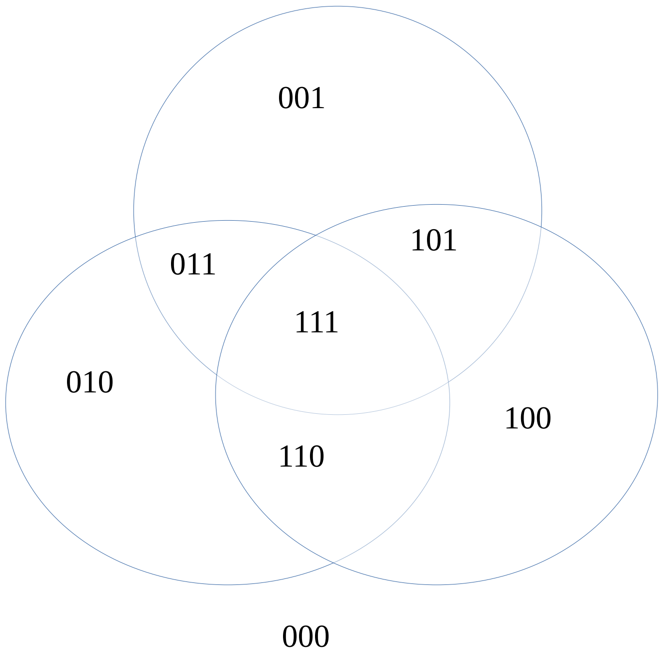


Hier meine schematische Widerlegung von Franz Embachers Beispiel.
Der Fehler besteht darin, dass man für drei Experimente auch drei Winkelpaarungen wählen muss.
Die 3 von der Winkelpaarung unabhängigen Größen

$$n(\alpha,\beta),\ n(\alpha,\gamma) \text{ und } n(\beta,\neg\gamma)$$

sind zu ersetzen durch von der Winkelpaarung abhängige Dreiergruppen:

$$\begin{aligned}
(0°, 30°)&: n_{0°,30°}(\alpha,\beta),\ n_{0°,30°}(\alpha,\gamma),\ n_{0°,30°}(\beta,\neg\gamma)\\
(30°, 60°)&: n_{30°,60°}(\alpha,\beta),\ n_{30°,60°}(\alpha,\gamma),\ n_{30°,60°}(\beta,\neg\gamma)\\
(0°, 60°)&: n_{0°,60°}(\alpha,\beta),\ n_{0°,60°}(\alpha,\gamma),\ n_{0°,60°}(\beta,\neg\gamma)
\end{aligned}$$

Jede der Anzahlen stellt zwei Bedingungen und auf sie entfallen bei wechselnder Winkelpaarungen wechselnde Werte, d.h. ihre Werte ändern sich beim Ändern der Einstellungen an den Polarisatoren.

Jedes n korrespondiert zu zwei der 8 Teilmengen in obigem Venn-Diagramm:

$$\begin{aligned}
n(\alpha,\beta) &\rightarrow \{\mathbf{11}0,\ \mathbf{11}1\}\\
n(\alpha,\gamma) &\rightarrow \{\mathbf{1}0\mathbf{1},\ \mathbf{1}1\mathbf{1}\}\\
n(\beta,\neg\gamma) &\rightarrow \{0\mathbf{10},\ 1\mathbf{10}\}
\end{aligned}$$

Die relativen Häufigkeiten (Wahrscheinlichkeiten) jeder dieser 4 Mengen gebe ich nun in Abhängigkeit der Winkelpaarung an:

	110	111	101	010
0°, 30°	$\frac{1}{4}\cos^2 30°$	$\frac{1}{4}\cos^2 30°$	$\frac{1}{4}\sin^2 30°$	$\frac{1}{4}\sin^2 30°$
30°, 60°	$\frac{1}{4}\sin^2 30°$	$\frac{1}{4}\cos^2 30°$	$\frac{1}{4}\sin^2 30°$	$\frac{1}{4}\sin^2 30°$
0°, 60°	$\frac{1}{4}\sin^2 60°$	$\frac{1}{4}\cos^2 60°$	$\frac{1}{4}\cos^2 60°$	$\frac{1}{4}\cos^2 60°$

oder in Zahlen:

	110	111	101	010
0°, 30°	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$
30°, 60°	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$
0°, 60°	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

Franz Embacher kommt nun zu seiner falschen Ungleichung, indem er rechnet:

$$n_{0°,\,30°}(\alpha\,,\,\beta) \le n_{0°,\,60°}(\alpha\,,\,\gamma) + n_{30°,\,60°}(\beta\,,\neg\gamma)$$
$$n_{0°,\,30°}(\mathbf{11}0) + n_{0°,\,30°}(\mathbf{11}1) \le \left(n_{0°,\,60°}(\mathbf{1}0\mathbf{1}) + n_{0°,\,60°}(\mathbf{1}1\mathbf{1})\right) + \left(n_{30°,\,60°}(0\mathbf{10}) + n_{30°,\,60°}(1\mathbf{10})\right)$$
$$\frac{3}{16} + \frac{3}{16} \le \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{16}\right) + \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{16}\right)$$

Und das ist ein Widerspruch. Aber diese nicht zusammengehörigen Wahrscheinlichkeiten darf man nicht zusammenrechnen. Stattdessen muss es lauten:

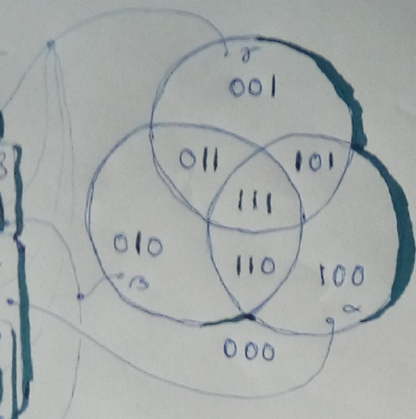
$$n_{0°,\,30°}(\alpha\,,\,\beta) \le n_{0°,\,30°}(\alpha\,,\,\gamma) + n_{0°,\,30°}(\beta\,,\neg\gamma)$$
$$n_{0°,\,30°}(\mathbf{11}0) + n_{0°,\,30°}(\mathbf{11}1) \le \left(n_{0°,\,30°}(\mathbf{10}1) + n_{0°,\,30°}(\mathbf{11}1)\right) + \left(n_{0°,\,30°}(\mathbf{01}0) + n_{0°,\,30°}(\mathbf{11}0)\right)$$
$$\frac{3}{16} + \frac{3}{16} \le \left(\frac{1}{16} + \frac{3}{16}\right) + \left(\frac{1}{16} + \frac{3}{16}\right)$$
$$n_{30°,\,60°}(\alpha\,,\,\beta) \le n_{30°,\,60°}(\alpha\,,\,\gamma) + n_{30°,\,60°}(\beta\,,\neg\gamma)$$
$$n_{30°,\,60°}(1\mathbf{10}) + n_{30°,\,60°}(1\mathbf{11}) \le \left(n_{30°,\,60°}(1\mathbf{01}) + n_{30°,\,60°}(1\mathbf{11})\right) + \left(n_{30°,\,60°}(0\mathbf{10}) + n_{30°,\,60°}(1\mathbf{10})\right)$$
$$\frac{1}{16} + \frac{3}{16} \le \left(\frac{1}{16} + \frac{3}{16}\right) + \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{16}\right)$$
$$n_{0°,\,60°}(\alpha\,,\,\beta) \le n_{0°,\,60°}(\alpha\,,\,\gamma) + n_{0°,\,60°}(\beta\,,\neg\gamma)$$
$$n_{0°,\,60°}(\mathbf{1}1\mathbf{0}) + n_{0°,\,60°}(\mathbf{1}1\mathbf{1}) \le \left(n_{0°,\,60°}(\mathbf{1}0\mathbf{1}) + n_{0°,\,60°}(\mathbf{1}1\mathbf{1})\right) + \left(n_{0°,\,60°}(\mathbf{0}1\mathbf{0}) + n_{0°,\,60°}(\mathbf{1}1\mathbf{0})\right)$$
$$\frac{3}{16} + \frac{1}{16} \le \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{16}\right) + \left(\frac{1}{16} + \frac{3}{16}\right)$$

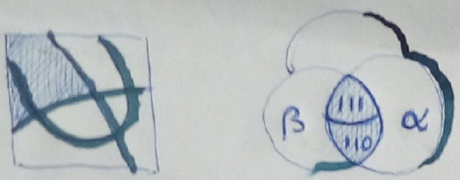
Wie man sieht, sind alle 3 Bellschen Ungleichungen erfüllt. Zu drei Experimenten -a)(linker Polarisator: 0°, rechter Polarisator: 30°), b)(linker Polarisator: 30°, rechter Polarisator: 60°) und c)(linker Polarisator: 0°, rechter Polarisator: 60°)-gehören eben3 verschiedene Verteilungen und damit 3 Bellsche Ungleichungen. So einfach ist das.

Unten nochmal ein paar Grafiken: Die 1en und 3en sind in Sechzehnteln zu verstehen. In der letzten Tabelle habe ich nochmal die Häufigkeiten eingekreist, welche fälschlicherweise zusammengerechnet und verglichen werden. Sie stehen sämtlich in verschiedenen Zeilen. Es werden also klassisch Äpfel mit Birnen verglichen. Kategorienfehler!!! Und das seit 1960!!!

Widerlegung Franz Embacher

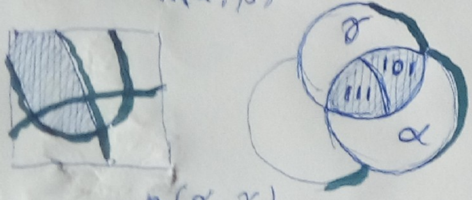
0°	30°	60°	
0	0	0	
0	0	1	γ
0	1	0	β
0	1	1	γ
1	0	0	α
1	0	1	γ
1	1	0	β
1	1	1	γ





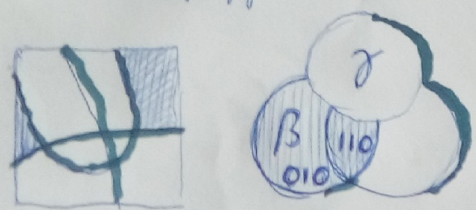
$n(\alpha, \beta)$

Paar	110	111
0°,30°	3	3
30°,60°	1	3
0°,60°	3	1



$n(\alpha, \gamma)$

Paar	101	111
0°, 30°	1	3
30°, 60°	1	3
0°, 60°	1	1



$n(\beta, \neg\gamma)$

Paar	010	110
0°, 30°	1	3
30°, 60°	1	1
0°, 60°	1	3

	110 111		101 111		010 110	$n_{a,b}(\alpha,\beta) < n_{a,b}(\alpha,\gamma) + n_{a,b}(\beta,\neg\gamma)$
0°, 30°	3 + 3	<	1 + 3	+	1 + 3	✓
30°, 60°	1 + 3	<	1 + 3	+	1 + 1	✓
0°, 60°	3 + 1	<	1 + 1	+	1 + 3	✓