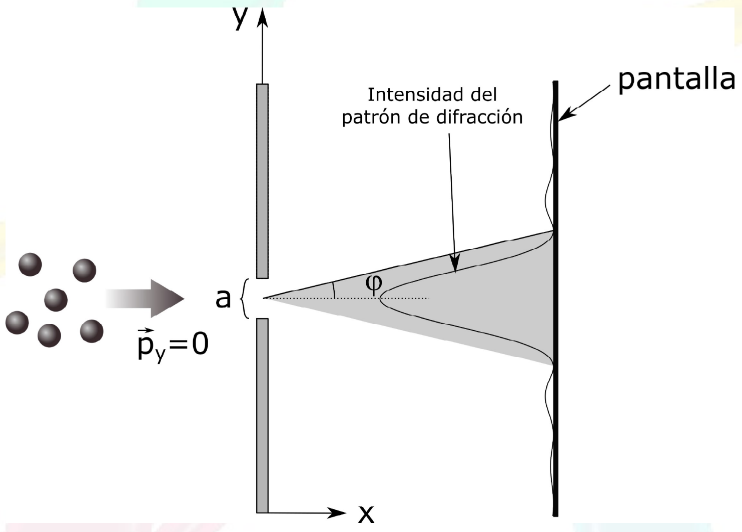
El principio de indeterminación.

En este nuevo apartado, vamos a analizar una consecuencia de la naturaleza ondulatoria de las partículas, que consiste en que estas no pueden tener determinada su posición y cantidad de movimiento en una dirección dada simultáneamente, en lo que conoce como el principio de indeterminación de Heisenberg. Supongamos un experimento muy sencillo para medir la coordenada y de la posición de una partícula y es el que se muestra en la siguiente figura. Se trata de un colimador de anchura a.



Si las partículas vienen de un punto muy lejano todas con la misma energía e inciden horizontalmente sobre el colimador, antes de que las partículas lo atraviesen conocemos su momento lineal en la dirección y, ya que es nulo. Con el colimador lo que pretendemos es medir además su coordenada y. El colimador nos permite medir esta coordenada con una indeterminación igual a la anchura del colimador, es decir, $\Delta y = a$.

Cuando las partículas atraviesan el colimador se difractan de acuerdo con su naturaleza ondulatoria, de modo que no sabemos hacia que punto de la pantalla se dirigirán, es decir, no conocemos su cantidad de movimiento en la dirección y. Lo que si sabemos es que tendrán más probabilidad de ir hacia el centro, en la zona marcada en la figura. El ángulo φ indica la dirección a lo largo de la cual tiene lugar el primer mínimo del patrón de difracción. Por tanto, la mayoría de las partículas que atraviesan la rendija tienen una componente vertical de su cantidad de movimiento comprendida entre $p_y = p\sin\varphi$ y $p_y = -p\sin\varphi$, de modo que podríamos estimar la indeterminación en el valor de p_y como la diferencia entre estos dos valores: $2p\sin\varphi$. Vamos a hacer un cálculo aproximado, de modo que en realidad podemos estimar la indeterminación como un valor algo menor, ya que en realidad no hay ninguna partícula para la cual $p_y = p\sin\varphi$ y tampoco hay ninguna con $p_y = -p\sin\varphi$, ya que a lo largo de la dirección del mínimo de difracción no habrá ninguna partícula. Por tanto, podemos estimar Δp_y como:

$$\Delta p_y \simeq p\sin\varphi$$

De la teoría de la difracción sabemos que $\sin\varphi = \lambda/a$ y, por tanto, podemos escribir la indeterminación del momento lineal en la dirección y como $\Delta p_y \simeq p\lambda/a$. Por último, si recordamos que a es la indeterminación de la medida de la coordenada y de las partículas y que $p\lambda = h$, resulta que el producto de las indeterminaciones es del orden de la constante de Planck:

$$\Delta y \Delta p_y \simeq h$$

este resultado se conoce como el Principio de indeterminación de Heisenberg, que dice que no podemos determinar simultáneamente la posición y cantidad de movimiento de una partícula en una determinada dirección, de modo que el producto de las dos indeterminaciones es como mínimo del orden de la constante de Planck.

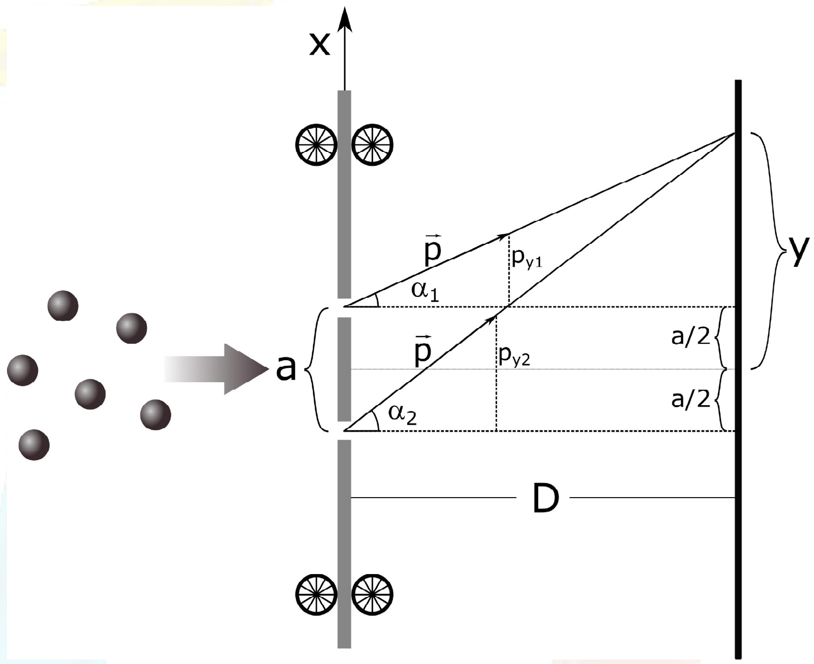
El resultado que hemos obtenido es lógico. Si queremos obtener una gran precisión en la medida de la coordenada y tenemos que utilizar una rendija muy fina y la difracción será muy acusada, provocando una mayor indeterminación en la componente y de la cantidad de movimiento, p_y. Por otro lado, si queremos que la difracción no afecte a la cantidad de movimiento de las partículas hay que utilizar una rendija muy ancha y no podemos determinar la coordenada y de su posición con precisión. El principio de indeterminación no tiene relevancia para cuerpos macroscópicos ya que la constante de Planck es muy pequeña, sin embargo, juega un papel fundamental dentro de la física cuántica. El principio de indeterminación es algo más profundo que un error en la medida de la posición y cantidad de movimiento de una partícula, o que el error se deba a que afectamos a las partículas mediante el proceso de medida, como se interpreta en muchas ocasiones. Lo que nos dice es que la partícula no puede tener una posición y cantidad de movimiento determinadas simultáneamente. Si pudiéramos determinar la posición y cantidad de una partícula en todo instante, podríamos determinar su trayectoria y, por tanto, la partícula vendría descrita por la mecánica clásica (se comportaría como una partícula clásica, con una trayectoria bien definida). Sin embargo, debido al principio de indeterminación, al no poder determinar simultáneamente su posición y cantidad de movimiento, la partícula no tiene una trayectoria definida y es lo que permite a la partícula comportarse como una onda y manifestar comportamientos ondulatorios como la interferencia y la difracción. El fenómeno que acabamos de analizar era bien conocido en la época para las ondas, el problema consiste en que las relaciones de de Broglie-Einstein ligan las propiedades ondulatorias y corpusculares, de modo que las propiedades ondulatorias afectan directamente a las propiedades corpusculares.

Vamos a ver a continuación que el principio de indeterminación tiene un carácter universal, de modo que cualquier sistema viene afectado por el principio de indeterminación, para lo cual vamos a realizar un experimento imaginario.

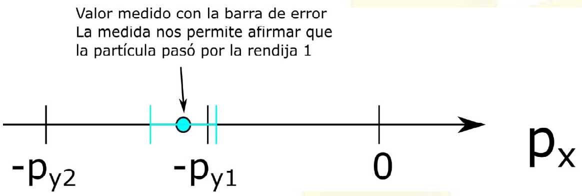
Vamos a considerar el experimento de interferencia de dos rendijas para el caso de partículas. De acuerdo con la hipótesis de de Broglie, si hacemos el experimento con un haz de partículas obtendremos un patrón de interferencia análogo al que se obtiene con ondas electromagnéticas. Pero si pensamos en las partículas de forma clásica, cada una de las partículas habrá pasado por una de las rendijas. Ahora bien, si una partícula pasa por una rendija, ¿cómo sabe que existe otra rendija y que debe formar un patrón de interferencia? No lo puede "saber". Sería una contradicción conocer por qué rendija ha pasado la partícula y que además se pueda formar el patrón de interferencia. Podemos pensar que la interfencia se produce entre las partículas que pasan por la rendija superior y las que pasan por la rendija inferior. Pero ¿qué ocurriría si realizamos el experimento lanzando las partículas lentamente, una a una, de modo que en cada momento sólo haya una partícula atravesando las rendijas? ¿Se seguirá observando el patrón de interferencia? La respuesta es que sí y así se ha confirmado experimentalmente. Esto implica que debemos abandonar la imagen clásica que tenemos de las partículas. No podemos pensar en una partícula como algo que se mueve con una trayectoria bien definida y que pasa sólo por una de las rendijas, ya que llegamos a una contradicción.

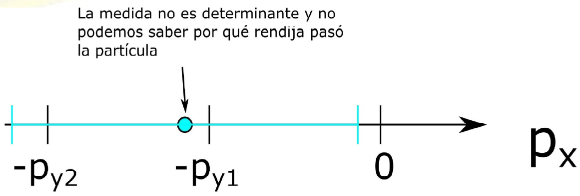
Vamos a ver que gracias al principio de indeterminación, si intentamos averiguar por qué rendija pasó cada partícula no obtendremos ningún patrón de interferencia, de modo que se resuelve la contradicción. Es decir, si averiguamos por qué rendija pasó cada partícula, éstas tienen una trayectoria bien definida que hemos medido y se comportan como partículas, de modo que no veremos su naturaleza ondulatoria. Si por el contrario no sabemos la rendija por la que han pasado, podremos observar su naturaleza ondulatoria.

Vamos a estudiar el proceso de interferencia con el dispositivo de la figura.



Se trata de un experimento de interferencia de dos rendijas, en el cual las rendijas se pueden mover libremente en la dirección vertical, de modo que la posición de las rendijas, x, no es fija. Vamos a ver que este dispositivo nos permite analizar por qué rendija pasa cada partícula. Las partículas vienen desde un punto lejano horizontalmente y se dirigen hacia las rendijas. Supongamos que inicialmente el conjunto de las rendijas está quieto y que pasa una partícula que se detecta en un punto de la pantalla que se encuentra a una distancia y del centro de la pantalla. La partícula puede haber llegado a dicho punto desde la rendija superior (1) o desde la inferior (2). Si ha llegado desde la rendija 1, habrá transmitido al sistema de las rendijas una cantidad de movimiento momento igual a p_{y1} hacia abajo , de modo que, por conservación de la cantidad de movimiento, una vez que ha pasado la partícula las rendijas se moverán hacia abajo con una cantidad de movimiento p_{y1} ($p_x = -p_{y1}$, siendo p_x la cantidad de movimiento de las rendijas en la dirección vertical). Ahora bien, si la partícula ha llegado al punto y desde la rendija inferior habrá sufrido una mayor desviación en su trayectoria al atravesar las rendijas, ya que la componente vertical de su cantidad de movimiento será p_{y2}. En este caso, la cantidad de movimiento de las rendijas en la dirección vertical una vez que ha pasado la partícula será $p_x = -p_{y2}$. Si medimos la cantidad de movimiento del sistema de las rendijas después de que haya pasado la partícula, podremos determinar por qué rendija pasó: si las rendijas se mueven cantidad de movimiento $p_x = -p_{y1}$ la partícula ha pasado por la rendija superior, pero si vale $p_x = -p_{y2}$, entonces ha pasado por la inferior. El problema es que la medida de la cantidad de movimiento de las rendijas, como cualquier medida, tendrá cierto error, de modo que si el error Δp_x no es mucho menor que $|p_{y2} - p_{y1}|$ no podremos determinar por qué rendija pasó la partícula.





Hemos notado por x la posición de las rendijas y como el producto $\Delta x \Delta p_x$ tiene que ser del orden de la constante de Planck, por el principio de indeterminación, si $\Delta p_x \ll |p_{y2} - p_{y1}|$, para poder determinar la rendija por la que pasó cada partícula, entonces también se verificará que:

$$\Delta x \gg \frac{h}{|p_{y2} - p_{y1}|}$$

Vamos a calcular el término de la derecha. Si los ángulos de desviación son pequeños (α_2, $\alpha_1 \ll 1$, de modo que el seno sea aproximadamente igual a la tangente e igual al valor del ángulo) se verifica que $p_{y1} = p \sin \alpha_1 \simeq p\alpha_1$ y $p_{y2} = p \sin \alpha_2 \simeq p\alpha_2$. Por otro lado, si el punto de la pantalla que consideramos se encuentra a una distancia y del centro, tendremos que:

$$\tan \alpha_1 = \frac{y - a/2}{D} \simeq \alpha_1 \qquad \text{y} \qquad \tan \alpha_2 = \frac{y + a/2}{D} \simeq \alpha_2$$

por tanto:

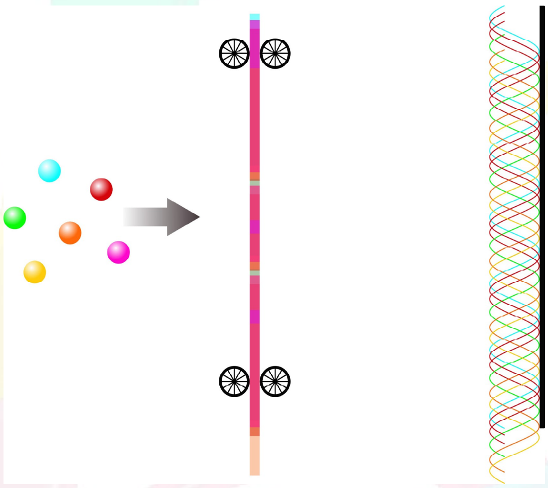
$$|p_{y2} - p_{y1}| \simeq \left| p\frac{y + a/2}{D} - p\frac{y - a/2}{D} \right| = \frac{pa}{D} = \frac{ha}{\lambda D}$$

donde hemos utilizado la relación $p = h/\lambda$ entre la cantidad de movimiento de las partículas y la longitud de onda asociada, de acuerdo con las relaciones de de Broglie-Einstein.

Por último, la condición sobre la indeterminación de la posición de las rendijas, Δx, queda de la forma:

$$\Delta x \gg \frac{h}{|p_{y2} - p_{y1}|} \simeq \frac{\lambda D}{a}$$

Es decir, que si queremos determinar por qué rendija ha pasado cada partícula la indeterminación en la posición de las rendijas será mucho mayor que $\lambda D/a$. Ahora bien, esta distancia es precisamente la distancia que hay entre dos máximos consecutivos del patrón de interferencia. Por tanto, cada partícula tendrá su patrón de interferencia en una posición distinta. Cada partícula "ve" las rendijas en una posición distinta y los máximos y mínimos del patrón de intereferencia que debe formar estarán en una posición distinta para cada partícula. Como consecuencia no se produce una superposición de todos los patrones de interferencia de las distintas partículas y no podremos observar los máximos y mínimos característicos de dicho patrón.



Lo que acabamos de ver constituye el Principio de complementariedad de Niels Bohr: no se puede obtener un patrón de interferencia en el experimento de Young y simultáneamente determinar por qué rendija ha pasado cada una de las partículas. Cualquier intento de determinar por qué rendija ha pasado cada partícula destruirá el patrón de interferencia. Por tanto, no podremos nunca observar simultáneamente el comportamiento ondulatorio y corpuscular de las partículas. Además, podemos deducir que el principio de indeterminación tiene que ser universal. Si consiguiéramos un sistema que no lo verificara, de modo que pudiéramos determinar simultáneamente su posición y cantidad de movimiento, podríamos utilizarlo para construir las rendijas, de modo que dicho sistema nos permitiría obtener el patrón de interferencia y simultáneamente determinar por qué rendija a pasado cada una de las partículas lo cual, según hemos visto, es una contradicción.

A lo largo de este primer tema hemos introducido algunas nociones fundamentales sobre la física cuántica. En primer lugar, hemos analizado el comportamiento corpuscular de la radiación, que fue el origen de la física cuántica. Posteriormente, hemos visto que la dualidad onda corpúsculo no es exclusivo de la radiación, de modo que las partículas también se ven afectadas por este doble comportamiento. Hemos introducido las relaciones de de Broglie-Einstein, que asocian propiedades ondulatorias a las partículas. En la nueva teoría que estamos construyendo, las partículas vendrán descritas mediante una función de onda. El módulo al cuadrado de la función de onda nos da la densidad de probabilidad de encontrar a la partícula. Por último, hemos visto una consecuencia del carácter ondulatorio de las partículas y es que las partículas no tienen una posición y cantidad de movimiento bien determinadas simultáneamente, en lo que se conoce como el principio de indeterminación de Heisenberg. En el siguiente tema introduciremos la ecuación de onda para las partículas, más conocida como la ecuación de Schrödinger.