LA GEOMETRÍA EN EL SALÓN RICO DE *MADINAT AL-ZHARA*.

FRANCISCO RIOBÓO CAMACHO.
Arquitecto de la Consejería de Cultura
de la Junta de Andalucía.

RESUMEN:

Continuando el trabajo iniciado en *Al-Mulk* 13, en Madinat al-Zhara se comprueba en la configuración de espacios alargados, como es el caso de salones y naves basilicales, la continuidad de utilización de proporciones geométricas; que curiosamente veremos su reiteración en la arquitectura cristiana del Valle del Serrablo.

El estudio geométrico del Salón Rico, de su planta y alzados, evidencia un profundo conocimiento geométrico y matemático.

PALABRAS CLAVE: arquitectura, geometría, proporción, números irracionales.

GEOMETRY IN THE “SALON RICO” OF MADINAT AL-ZHARA

SUMMARY:

Continuing the work started in Al-Mulk 13, in Madinat al-Zahra is checked in the configuration of elongated spaces, such as lounges and basilica's floor, the continuity of use of geometric proportions; that we could curiously see its reiteration in Christian architecture of Serrablo Valley.

The geometrical study of the "Salón Rico", with its plant and elevations, shows a deep geometric and mathematical knowledge.

KEYWORDS: architecture, geometry, proportion, irrational numbers.

* * *

I. ¿Existió la geometría en el trabajo del arquitecto medieval? La investigación parte de los escasos testimonios gráficos y materiales, así como del estudio geométrico de algunos de nuestros monumentos, para reconocer a la etapa medieval un conocimiento de la geometría, de los números y proporciones que de ésta se derivan, así como la utilización de sencillas figuras geométricas como argumento para conformar una idea de arquitectura. Conocimiento y praxis que evoluciona y cambia en el tiempo, si bien alcanza su máximo nivel en el califato de Córdoba, también se recibe una herencia visigoda anterior e igualmente se proyecta al futuro de su permanencia en lo mozárabe y especialmente en lo mudéjar.

En el renacimiento inicia su decadencia hasta desaparecer en nuestra memoria en la actualidad, lo que he llamado "la geometría olvidada"[68] en la tesis doctoral iniciada que, con independencia de sus resultados finales, apuesta por el estudio geométrico como otra forma de aproximación al conocimiento de nuestros monumentos.

A todos nos puede sugerir la idea o el atractivo de intentar explorar los criterios utilizados por el maestro o arquitecto medieval para abordar el diseño, la composición y las proporciones utilizadas. Cuestión que si en su tiempo era un secreto absoluto, hoy además distanciado desde múltiples perspectivas, es un objetivo imposible. No sólo se trata del tiempo transcurrido, todo ha cambiado: los instrumentos de trabajo y de representación, el concepto de medida o escala, el conocimiento geométrico y su utilización para el diseño... dos mundos distintos, en la que nuestra modernidad va abriendo nuevos caminos y dejando atrás perdidos de nuestra memoria muchos conocimientos ancestrales, especialmente en lo relativo al conocimiento geométrico, de los números y proporciones que las formas geométricas más sencillas nos generan, con el entendimiento de que geometría y números son una sola cosa.

En el mundo medieval sabemos que lo geométrico es algo trascendente y que juega un papel determinante del conocimiento de la época (Fig. 1). No es objeto de este trabajo abordar sus importantísimos precedentes, ni la evolución de un conocimiento geométrico teórico o matemático, sólo nos interesa adentrarnos en esa práctica concreta en que la arquitectura recurre a una geometría sencilla para su trazado y composición. Artesanos[69] y Arquitectos[70]

[68] Denominación del autor y preocupación por el conocimiento de la geometría y de su utilización o no, por el arquitecto, en la arquitectura medieval.

[69] Entendido desde la ejecución de un trabajo artesanal especializado concreto, como partes de una obra: de albañilería, cantería, carpintería...

tienen un conocimiento de una geometría aplicada que sus trabajos específicos les requieren; y donde los arquitectos deben destacar con sus obras, como expone D. Manuel Ocaña Jiménez: *..., en aquella época, a igual que había ocurrido hasta entonces y seguiría ocurriendo todavía durante varios siglos después, los arquitectos eran considerados como meros maestros de obras aventajados, que descollaban sobre su compañeros de profesión,...*[71]

Nos adentramos en un campo, el arquitecto y el proyecto en la etapa medieval, de gran dificultad y complejidad. Pero hablando del proyecto de monumentos medievales, debemos aclarar que tal vez se trate de todo lo contrario, del concepto "no proyecto" en el sentido que hoy se podría entender, y por lo tanto de la "no representación", "no medidas", "no escalas", y en definitiva de otra metodología de trabajo muy diferente a la que conocemos.

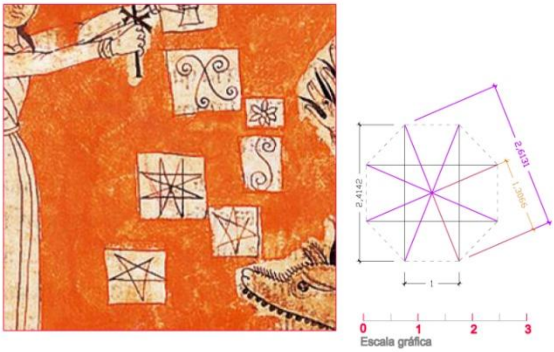


Fig. 1. Dibujo geométrico F. Riobóo. (FUENTE: Detalle de Beato de Liébana. Códice Lorvao 1.189)
Resulta pues sugerente, comprobar el recurso a la geometría en este Beato de Liébana, donde la lucha con el monstruo se realiza con el cáliz en la mano izquierda y el crismón en la derecha, pero también con la presencia de un conjunto de dibujos geométricos: una flor heptagonal, las estrellas de puntas pentagonal y hexagonal, la S y la X, figuras muy conocidas y utilizadas en la tradición artesanal mozárabe.

No podemos olvidar, en este acercamiento a otro mundo, la estricta necesidad de tener un mínimo conocimiento geométrico de las formas geométricas regulares: equilátero, cuadrado, pentágono, hexágono, octágono, decágono... así como de las agrupaciones de círculos tangentes entre sí que los anteriores permiten, de su construcción y especialmente de las características intrínsecas que permanecen inalterablemente entre sus partes: entre diámetros, lados, diagonales, círculos

---

[70] Entendido como el que concibe globalmente la obra, ya se llame maestro, alarife o geómetra.

[71] OCAÑA JIMENEZ, M, *Arquitectos y mano de obra en la construcción de la gran mezquita de Occidente,* Boletín de la Real Academia de Córdoba, nº 102, Enero-Diciembre 1.981, p.100.

inscritos o circunscritos. Con esta intención es de interés conocer el trabajo de Luca Paccioli[72] que documenta el conocimiento geométrico de la etapa medieval precedente. (Fig. 2)

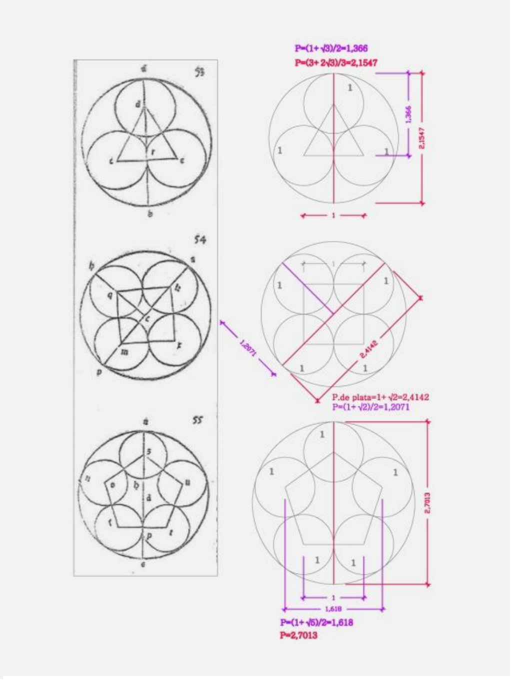


Fig. 2. Zonas redibujadas F. Riobóo. (FUENTE: Luca Paccioli. Summa de Arithmetica Geometría Proportione et Proporcionalitá. 1.494.)
Luca Paccioli recopila un conocimiento geométrico medieval. En este caso comprobamos geométricamente que: los tres círculos en forma circular nos relaciona con √3; los cuatro círculos en forma circular nos relaciona con √2 y los cinco círculos en forma circular nos relaciona con √5.

Pero ¿qué conocimiento geométrico tenemos hoy en nuestra actualidad? Si dibujamos un triángulo equilátero circunscrito a un círculo de diámetro la unidad ¿cuál es el diámetro del nuevo círculo generado que inscribe al equilátero? La pregunta ahí está planteada, la respuesta no habrá sido tan fácil en el contexto de nuestro escaso conocimiento geométrico. (Fig. 3)

Para empezar a comprender estas cuestiones, abrimos un compás cuanto queramos, dibujamos un círculo y ya ha quedado definida la unidad, a partir de ahí empezamos a dibujar un equilátero, un cuadrado, un pentágono y constatamos que empiezan a emerger los primeros números enteros: 1, 2, 3... e igualmente los irracionales: √2, √3, √5..., todos relacionados a la unidad de origen. Así pues, hoy día no comprendemos el concepto de la unidad (el 1), que lo asociamos a un número más que nos sirve para contar o para realizar operaciones algebraicas, pero no vislumbramos a comprender el concepto de unidad geométrica como generador de todos los demás números.

[72] PACCIOLI, L., *Summa de Arithmética Geometria Proportioni et Proportionalità*, 1.494, *Divina Proportione*, 1498.

Pero la unidad no es una unidad de medida, es algo abstracto que puede ser tan pequeña o tan grande como queramos, que sólo adquiere una dimensión real cuando ésta se acota físicamente por el arquitecto. Lo que llamaremos "unidad" a lo largo del texto será un concepto que no quedará referenciado a un parámetro de medida concreto. La existencia de dos puntos A y B en el espacio, determina la unidad en el segmento AB que los une (AB=1). En esta unidad que definimos como polaridad entre dos puntos, ya está implícita la generación de todos los números, tanto los racionales como los irracionales.

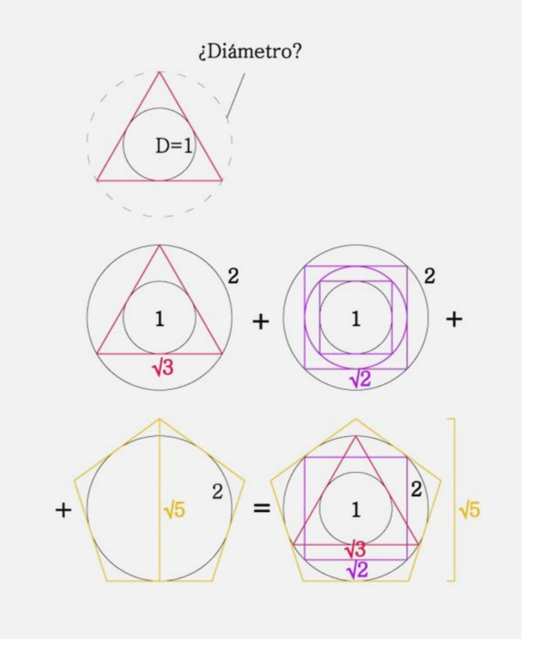


Fig. 3. Generación de números a través de las formas geométricas. Dibujo F. Riobóo.
Con este ejercicio básico podemos preguntarnos ¿cuál nuestro conocimiento actual de la perfección de la geometría? y llegar a comprender la capacidad de generar geométricamente con exactitud los números irracionales.

La cuestión no es baladí, porque simplifica su entendimiento y la variedad de medidas que el arquitecto se encuentra al trasladarse de una a otra región. Evita una complicada metrología del estudio de nuestros monumentos y, en definitiva, encuadra con el tratado romano de arquitectura vitrubiano, cuyas proporciones se relacionan con un módulo de referencia, que el arquitecto ha de fijar.

Por último, debemos conocer el concepto de proporción entre dos magnitudes, que queda definida por la relación entre ambas, o sea su división. En la práctica arquitectónica se aplica a espacios rectangulares, que dividiendo la dimensión de su lado mayor entre la del menor genera un número mayor o igual a 1, que no tendrá magnitud alguna. Sobre este tema, la etapa medieval supone una evolución de la etapa precedente romana al utilizar formas geométricas en el establecimiento de la proporción. Las proporciones utilizadas por Vitrubio[73] son básicamente números enteros o fracción de ellos, mientras que en la etapa medieval la más intensiva utilización de la geometría hace que sean las formas geométricas, en general sencillas, las que fijan la proporción y de ello, la obtención de proporciones de números irracionales.

Así cuando trabajamos con el cuadrado o con el octógono es fácil obtener las proporciones y los números relacionados con $\sqrt{2}$, cuando es con el triángulo equilátero o hexágono obtener las dimensiones relacionadas con $\sqrt{3}$, y, por último, cuando utilizamos el pentágono o decágono obtener las relacionadas con $\sqrt{5}$.

II. El dibujo hecho en piedra. Existen multitud de documentos realizados en piedra, testimonio de ese trabajo artesanal que tiene una información geométrica precisa, como producto acabado, y que por lo tanto la piedra tallada, la lápida, el medallón, los rosetones, las celosías, han sido objeto de un trazado geométrico previo para su ejecución. Información que nos introduce en el contexto del conocimiento geométrico y de trabajo del artesano y por ende del arquitecto.

Así pues, en el arquillo decorativo del extremo del frente del caldarium del baño asociado a la vivienda de la Alberca en Madinat al-Zhara observamos un verdadero plano tallado en piedra, que permite comprobar con fiabilidad un diseño que partiendo de la unidad en el diámetro del arco, desarrolla un crecimiento circunscribiendo un cuadrado, obteniendo de este modo el resto de líneas principales de su composición y de sus proporciones; así la sucesión de diámetros es 1; $(1+\sqrt{2})/2=1{,}2071$; $\sqrt{2}=1{,}4142$. (Fig. 4)

En el arquillo de mármol decorativo perteneciente a la letrina situada al norte del Patio de la Pila, la sucesión de diámetros es: $\sqrt{5}-2=0{,}2361$; 1; $\sqrt{5}-1=1{,}2361$; $(\sqrt{5}-1)\ (\sqrt{5}-1)=1{,}5279$. El rectángulo donde se inscribe tiene la proporción áurea $P=(1+\sqrt{5})/2=1{,}618$. (Fig. 5)

III. Geometría en la arquitectura de Madinat al-Zahra. El trabajo que se presenta, como continuación del publicado en la revista anterior *Al-Mulk* 13, incide sobre la pregunta básica de si la geometría existió o fue determinante en el trabajo del arquitecto en Madinat al-Zahra. La casa Yafar, la casa de la Alberca, el Salón Basilical de la Terraza Superior y, por último, el Salón Rico (953 y 957) se encuadran en un periodo de reformas de la ciudad palatina al

[73] VITRUBIO POLIÓN, M.L., *Los diez libros de Arquitectura.* (Aunque también recurre a las formas geométricas para proporcionar el teatro o recurre al cuadrado para obtener la proporción raíz de dos.)

final del califato de Abderraman III y principios de Alhakan II, precedentes al trabajo que desarrollará este último en la ampliación de la mezquita alhama cordobesa.

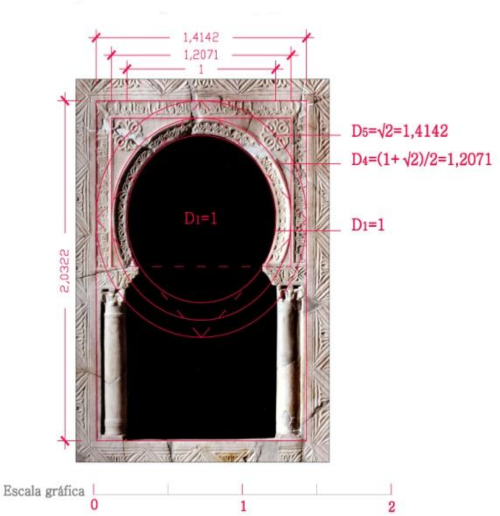


Fig. 4. Detalle del Arquillo decorativo extremo del frente del caldarium del baño asociado a la Vivienda de la Alberca. (FUENTE: *La ciudad califal de Madinat al-Zahra*. Antonio Vallejo Triano. Almuzara 2010. Ilustración 196, p.249)
Se trata de un verdadero plano dibujado en la piedra. Lo que posibilita una exactitud en su medición e interpretación geométrica. En este caso medidas relacionadas con √2, respecto a la unidad que queda definida en el diámetro del arco.

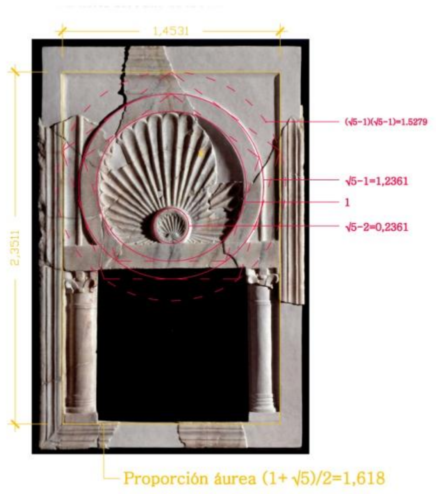


Fig. 5. Arquillo de mármol decorativo perteneciente a la letrina situada al norte del Patio de la Pila. (FUENTE: *La ciudad califal de Madinat al-Zahra*. Antonio Vallejo Triano. Almuzara 2010. Ilustración 198, p.251)
En este caso comprobamos medidas relacionadas con la √5 y una clara proporción áurea del rectángulo principal.

El puente-acueducto de Valdepuentes. Asociado a la ciudad de Madinat al-Zhara, sobre una base romana se reconstruyó en época califal[74]. El estudio geométrico de sus tres arcos muestra una secuencia de crecimiento de sus diámetros no arbitraria con D1=1 en el arco lateral oriental,

74 VALLEJO TRIANO, ANTONIO, *Madinat al-Zahra: realidad histórica y presente patrimonial*, AWRAQ nº 7, *2013*, p. 125.

$D2=(1+\sqrt{2})/2=1{,}2071$ en el arco lateral occidental y $D3=1+\sqrt{2}=2{,}4142$ en el arco central; que nos relaciona con proporciones contenidas en el octógono y utilizadas en la ampliación de Al-Hakan II en la Mezquita de Córdoba.

Es pues evidente una intencionalidad expresa de proporcionar los tres diámetros diferentes del Puente de Valdepuentes. El estudio geométrico refuerza que el dimensionado de los diámetros no es un resultado casual. (Fig.6)

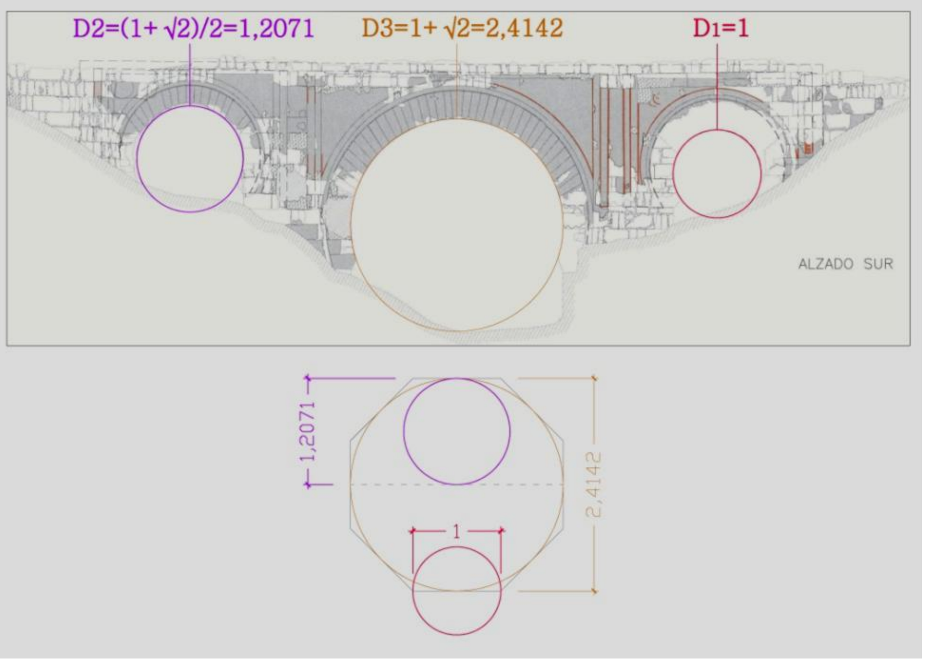


Fig. 6. Puente del acueducto de Valdepuentes. (FUENTE: *La ciudad califal de Madinat al-Zahra*. Antonio Vallejo Triano. Almuzara 2010. Fig. 6)
Interpretación geométrica de sus diámetros, como secuencia de medidas contenidas en el octógono: 1 ; $(1+\sqrt{2})/2$ y $1+\sqrt{2}$. No es una casualidad, esta proporcionalidad es totalmente intencionada.

La Casa Yafar. Incluida en el ámbito de reformas puestas en marcha por Abderramán III en el año 955, con una fuerte centralización administrativa, que culmina con ..., *el nombramiento de la figura de hayib en el primer año del Califato de al-Hakan, que asumirá la más alta dirección del aparato administrativo califal y, en consecuencia, la construcción de una residencia adecuada a su estatus. Esta amplia residencia del hayib Ya´far al-Siqlabi posee* *tres ámbitos arquitectónicos diferenciados y se levantó sobre el espacio ocupado previamente por tres viviendas que fueron demolidas.*[75]

La parte más significativa de la Casa Yafar es la que se corresponde con el acceso descentrado a un patio no cuadrado, con la proporción mínima $P=\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)=1{,}0353$, y desde éste a un pórtico también descentrado en el patio. Esta portada emblemática y significativa de la casa Yafar queda compuesta por tres arcos sobre columnas de mármol y una composición de recercados de base geométrica pentagonal con proporciones conocidas: la primera que contiene los tres arcos con P=2 y la establecida en el recercado exterior con la proporción $P=\sqrt{5}-1=1{,}2361$. (Fig.7)

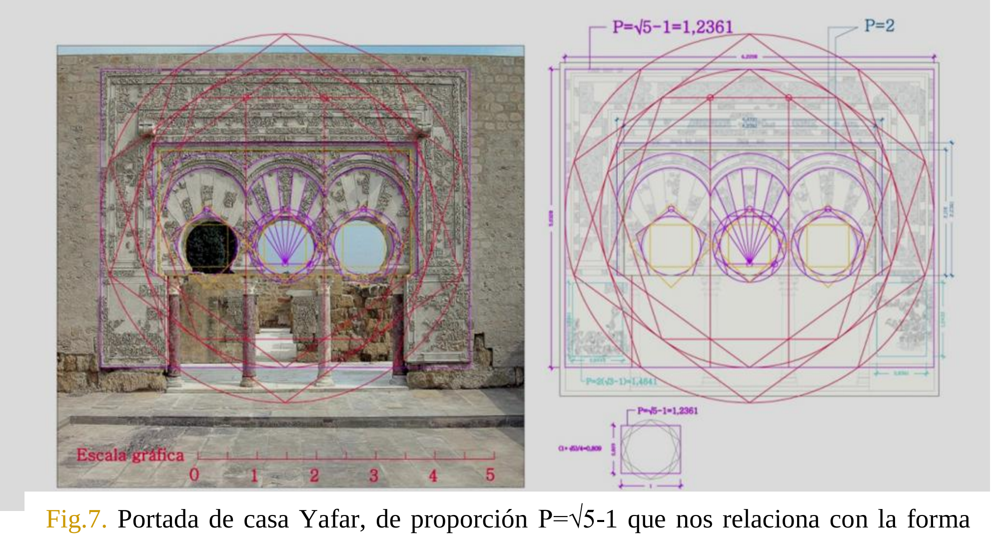


Fig.7. Portada de casa Yafar, de proporción $P=\sqrt{5}-1$ que nos relaciona con la forma pentagonal. (FUENTE: Web del conjunto arqueológico Madinat al-Zahra. Consejería de Cultura de la Junta de Andalucía).

La portada da acceso a una galería alargada con la proporción de planta $P=2\sqrt{3}=3{,}4641$, que acoge una estructura basilical de tres naves: nave 1 al Sur, nave 2 central y nave 3 al Norte; con la singular característica de no existir una simetría en la estructura de las naves, ya que la anchura de la nave 3 es mayor que la anchura de la nave 2, e igualmente, la anchura de la nave 2 es mayor que la anchura de la nave 1. La proporción de crecimiento entre la anchura de las naves es la conocida proporción $P=3(\sqrt{3}-1)/2=1{,}0981$, cuya ejecución queda

[75] VALLEJO TRIANO, A., *Madinat al-Zahra: realidad histórica y presente patrimonial*, AWRAQ nº 7, *2013,* p.130.

identificada poco después en el espacio más representativo, y reservado al Califa, de la maqsura central de la mezquita de Alhakan II.[76]

Aunque la nave central 2 mantiene su protagonismo arquitectónico al ser el eje de acceso, la nave más representativa por su anchura es la nave 3 (norte).

Ubicando la unidad de referencia en el ancho de la nave central y siendo la longitud igual para las tres naves de (3+√3)/2=2,366, obtenemos las siguientes proporciones para las naves: para la nave 1(nave Sur) **, P nave 1=3√3/2=2,5981**; para la nave 2 (nave central), **P nave 2=(3+√3)/2=2,366** y para la nave 3 (nave Norte), **P nave 3=(3+2√3)/3=2,1547.** (Fig. 8 y Fig.9)

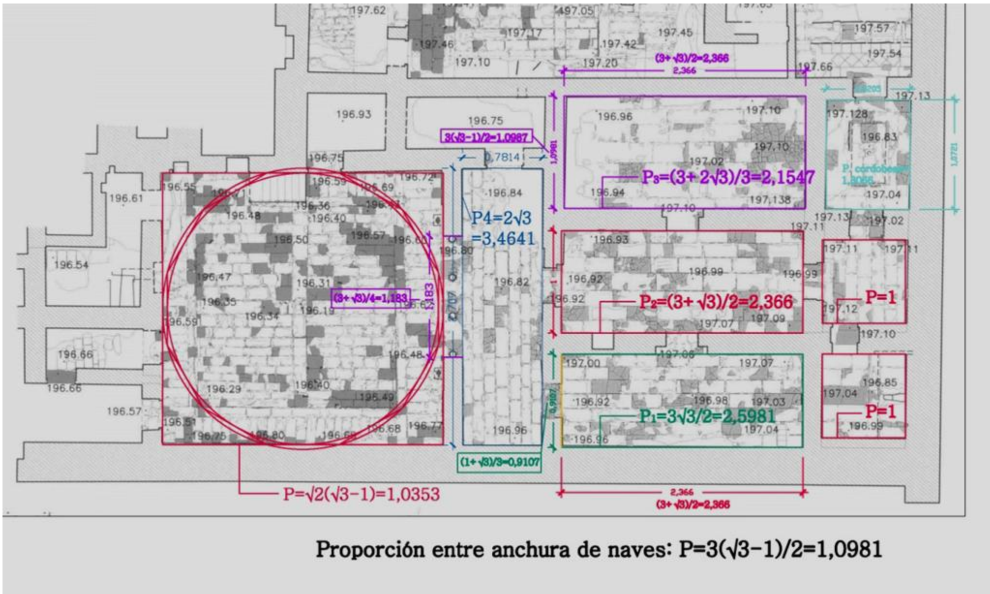


Fig.8. Detalle de la Casa Yafar. (FUENTE: Proyecto de restauración del arquitecto Pau Soler Serratosa).
Planta parcial de la casa Yafar, probablemente la más representativa por las variaciones y falta de simetría que acontecen. Las naves se van jerarquizando desde el sur hasta el norte, incrementado su anchura con la proporción P=3(√3-1)/2=1,0981, lo que genera en las naves basilicales las proporciones: P=√3/2=2,5981 (en la nave Sur); P=(3+√3)/2=2,366 (en la nave central) y P=(3+2√3)/3=2,1547(en la nave Norte).

[76] RIOBÓO CAMACHO, F. *La Qubba no cuadrada*, Revista *Al-Mulk* nº 13, 2015, pp. 82-83.

Fig.9. Portada de Alhakan II. Mezquita de Córdoba. Siglo X.
Comprobamos en recercados de alfices, por duplicado y en la misma portada, la proporción P=3(√3-1)/2=1,0981.

La casa de la Alberca. En la casa de La Alberca se han identificado en los espacios principales de la misma conocidas proporciones. Así, en los dos salones occidentales se utiliza la proporción P=1+√3=2,7321 y en los dos salones orientales se utiliza la proporción, relacionada con la áurea, P=(3+√5)/2=2,618. Igualmente, en el estudio geométrico de la portada occidental del Patio de la Alberca se identifica en el alfiz la proporción P=1+√2=2,4142. (Fig. 10 y Fig.11)

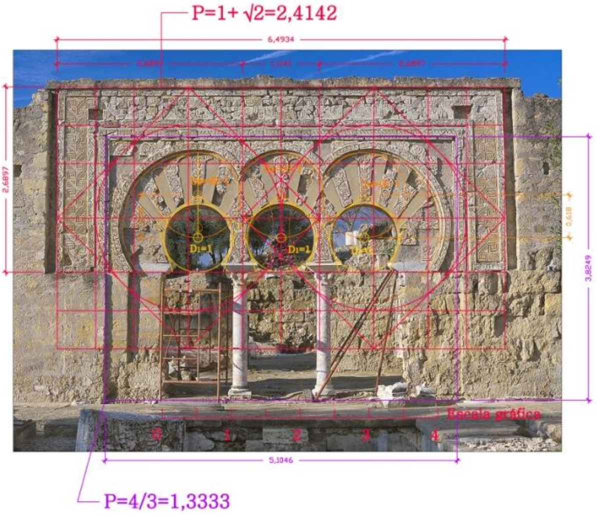


Fig. 10. Portada occidental de la Casa de la Alberca. (FUENTE: Web del conjunto arqueológico Madinat al-Zahra. Consejería de Cultura de la Junta de Andalucía)
En esta portada vemos el diseño proporcionado de los diámetros de los arcos entre el diámetro unidad D=1, donde queda fijada la unidad, y diámetro del siguiente arco D=√5-1=1,2361. De otro lado quedan identificadas las proporciones en recercados de alfices: P=1+√2=2,4142 y P=4/3=1,3333.

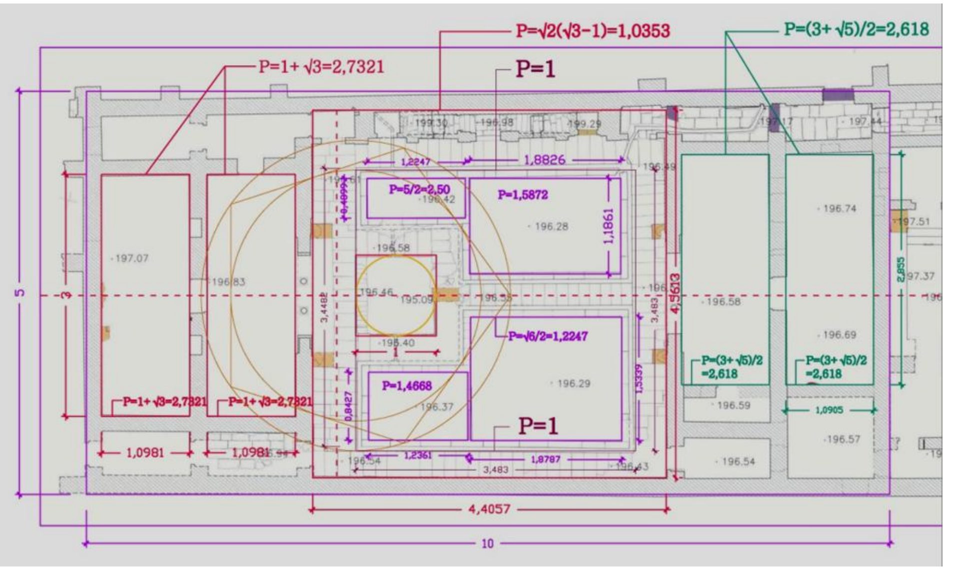


Fig.11. Casa de la Alberca. (FUENTE: Planimetría del arquitecto Pau Soler Serratosa).
Interpretación geométrica de su planta, donde interesa señalar la proporción de las dos salas occidentales (P=1+√3=1,7321), e igualmente, la proporción de las dos salas orientales (P=(3+√5)/2=2,618).

Salón basilical de la terraza superior. La estructura arquitectónica es de tipo basilical de cinco naves perpendiculares a una nave longitudinal transversal que sirve de acceso a todas las anteriores y que queda rematada en sus extremos por saletas a fachada. De estas cinco naves se resaltan y diferencian arquitectónicamente las tres centrales que componen un espacio unitario, que tiene la proporción P=2√3/3=1,1547. Aquí vemos con claridad la utilización de esta proporción, de igual forma que lo es utilizada en el espacio basilical de tres naves centrales del Salón Rico. Es curioso comprobar la utilización de la misma proporción anterior para dimensionar el gran jardín frontero del Salón Basilical de la Terraza Superior.

De otro lado, la proporción de la nave central es P= 1+√3=2,7321 y la proporción del conjunto de edificación basilical de 5 naves y la nave transversal es la proporción P=√2=1,4142. (Fig.12)

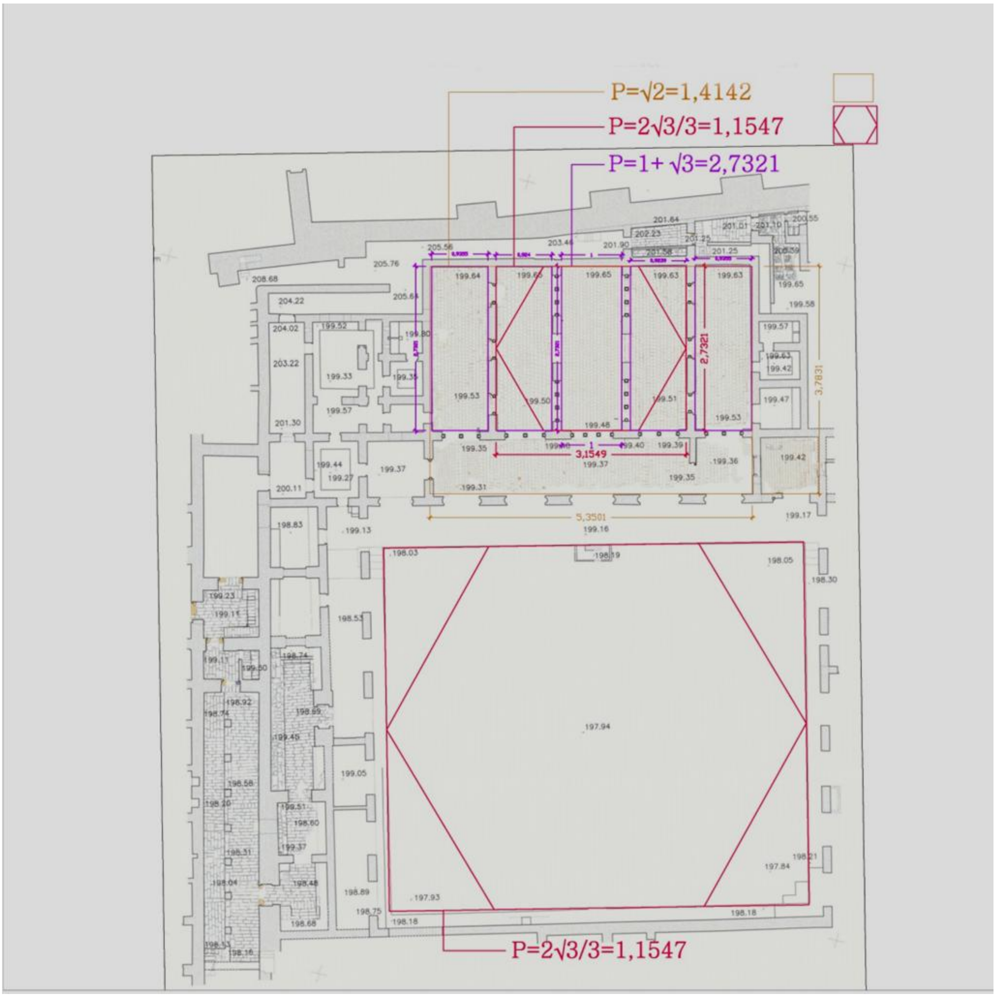


Fig. 12. Planta del salón basilical superior. (FUENTE: *La ciudad califal de Madinat al-Zahra*. Antonio Vallejo Triano. Almuzara 2010. Fig. 42)
Estudio geométrico de su planta, donde se resalta la utilización de la proporción llamada "Salón Rico" (P=2√3/3)1,1547, utilizada tanto en el conjunto basilical de tres naves de igual forma que en el Salón de Abderramán III, como en el gran jardín rehundido delantero a su fachada.

Patio de los Pilares. (Fig.13)

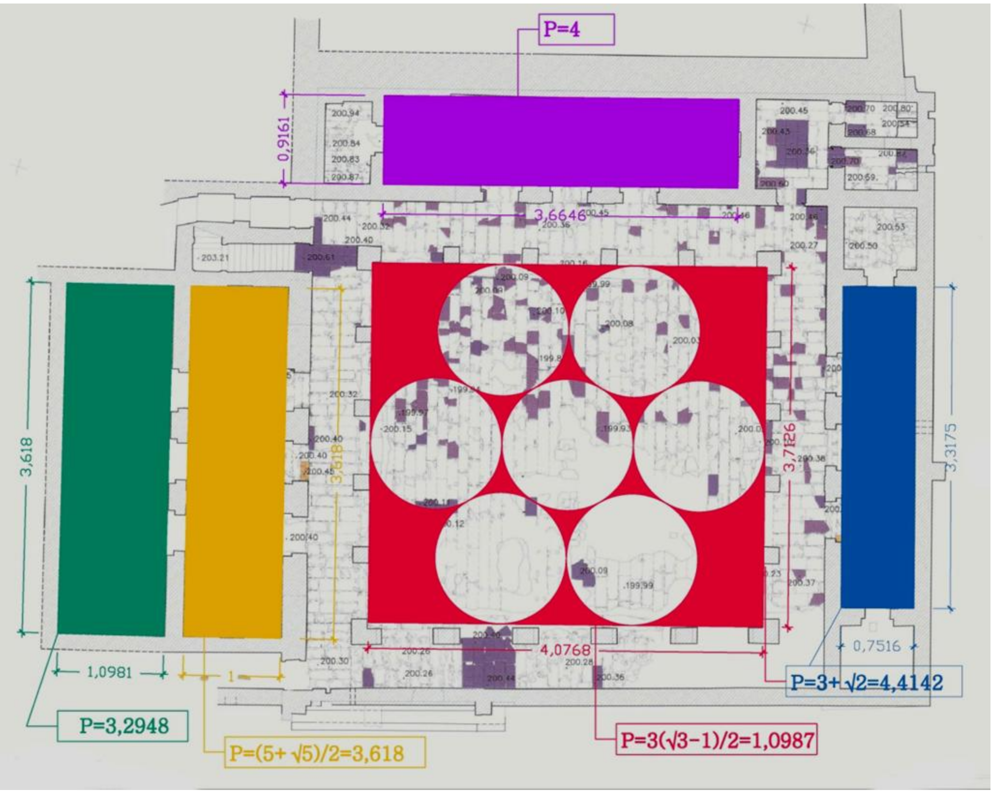


Fig.13. Planta del Patio de los Pilares. (FUENTE: *La ciudad califal de Madinat al-Zahra*. Antonio Vallejo Triano. Almuzara 2010. Fig. 43)
Estudio geométrico de su planta, donde identificamos las proporciones: en el Patio P=3(√3-1)/2=1,0987 y en salones: P=(5+√5)/2=3,618; P=4 y P=3+√2=4,4142.

IV. El Salón Rico de Abderramán III.

El espacio arquitectónico del Salón Rico se subdivide en el espacio central y más representativo compuesto de nave transversal de acceso (E2) y tres naves longitudinales dispuestas transversalmente a la primera (E5, E6 y E7). La nave transversal (E2) de mayor anchura, le sigue en anchura la central (E6) y a continuación la anchura de las extremas (E5 y E7). Estas anchuras quedan proporcionadas siguiendo la ya conocida proporción de los siete círculos, o sea, P=ancho E2/ancho E6 = ancho E6/ancho E5= 3(√3-1) /2=1,0981.

De otro lado, la proporción de la nave central del Salón Rico, la más representativa del complejo, es la proporción de la nave 6, P6=1+√3=2,7321. Y la proporción de las naves laterales E5 y E7 es la siguiente: P5=P7=3.

El conjunto basilical de tres naves, formado por E5, E6 y E7, que conforma el espacio de recepción de mayor simbolismo queda proporcionado por la proporción llamada Salón Rico[77], que recordamos es P=3(√3-1)/2=1,1547, y que como hemos visto ha sido utilizado también en el conjunto de las las tres naves centrales del Salón Basilical de la Terraza Superior.

En los extremos laterales, los espacios E1 y E3 de proporción no cuadrada, siguen la proporción pentagonal P=1,0515.

Los espacios E4 y E8, quedan definidos por la proporción P=4√3/3=2,309.

Las cabeceras finales de estas naves extremas E9 y E10 tienen la proporción cuadrada, o sea, P=1. (Fig.14 y Fig.15)

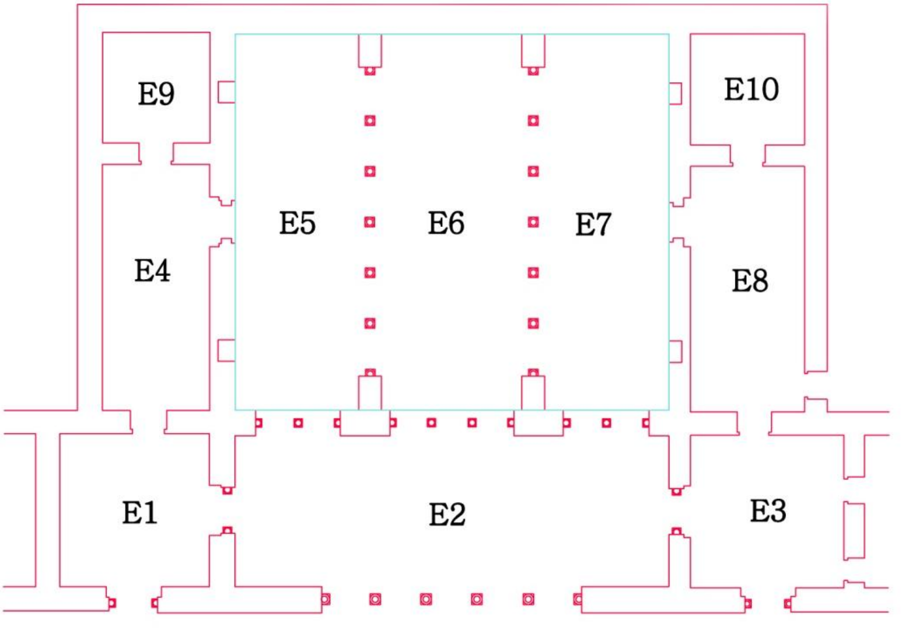


Fig. 14. Planta esquemática del Salón Rico de Madinat al-Zhara. Numeración de sus espacios.

[77] *idem*. p.90. Denominación del autor.

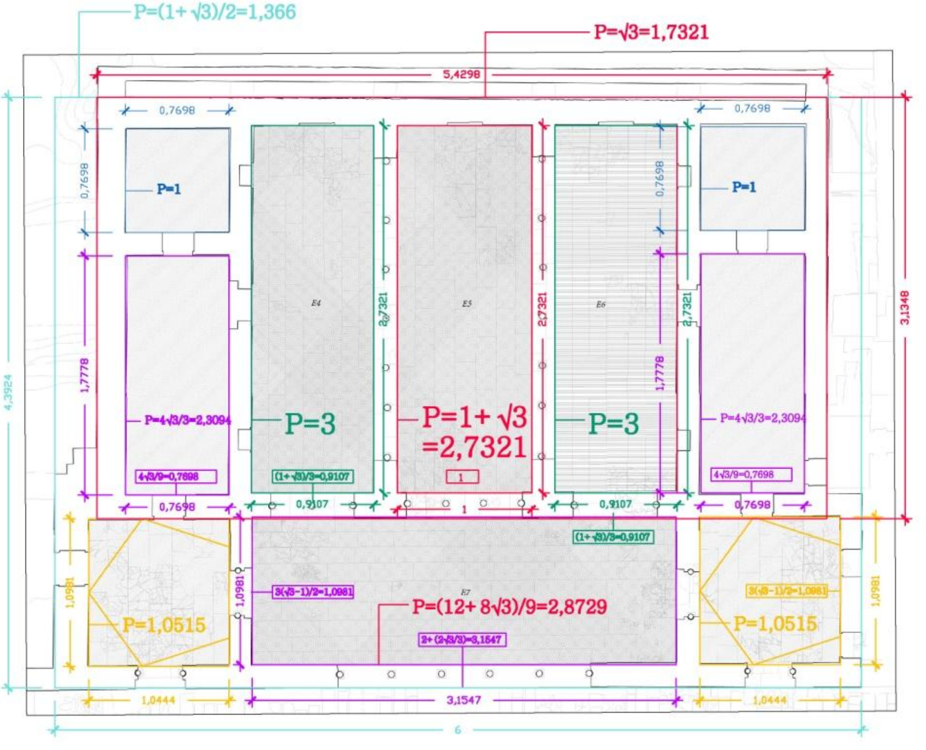


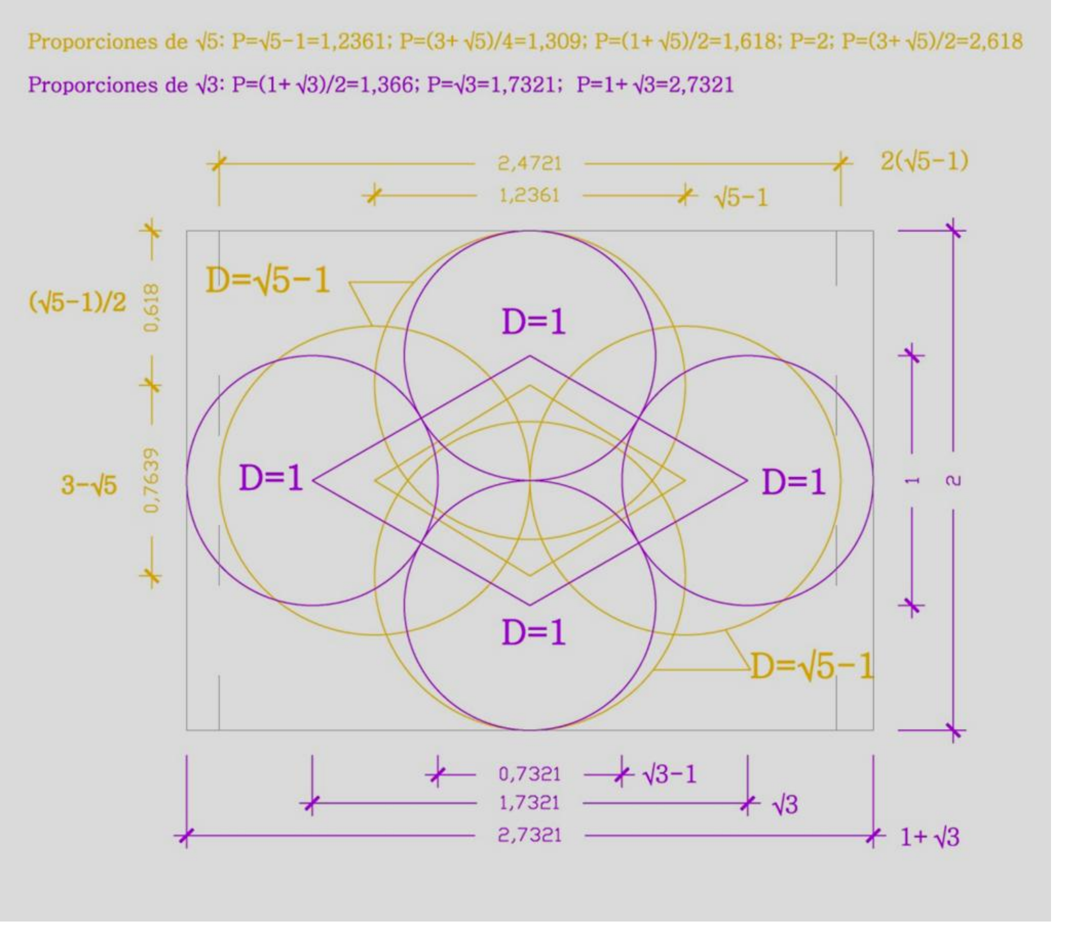
Fig. 15. Planta del Salón Rico de Madinat al-Zahra. (FUENTE: Proyecto Ejecución para la intervención en el Salón de Abd al-Rahman III, julio 2013, Arquitecto Pau Soler Serratosa).
Interpretación geométrica de proporciones en los espacios de su planta.

A modo de conclusión, no vamos a enumerar las proporciones geométricas identificadas en el transcurso de esta presentación, pero sí es importante para una comprensión de globalidad entender que las proporciones descritas en este trabajo, responden a una continuación de la temática ya iniciada en el artículo "La qubba no cuadrada"[78] que se completan con la identificación de proporciones alargadas, propias de esta arquitectura basilical y de salones presentes en la ciudad califal de Madinat al-Zahra, como ésta selección que a modo de conclusión resaltamos: P=(1+√5)/2=1,618 (Proporción áurea) (Fig. 16); P=√3=1,7321 (Fig. 17); P=2 (proporción duplica) (Fig. 18);

[78] *idem*, pp.75-101.

P=(3+2√3)/3=2,1547 (Fig. 19); P=√5=2,2361 (Fig. 20); P=1+√2=2,4142 (Fig. 21) (proporción de plata); P=(3+√5)/2=2,618(Fig. 22); P=1+√3=2,7321 (Fig. 23); P=3 (Fig. 24); P=2+√2=3,4142 (Fig. 25); P=2+√3=3,7321 (Fig. 26).

Estas proporciones alargadas, junto con las estudiadas en *Al-Mulk* nº 13 nos muestra un amplio abanico de proporciones. Lo importante aquí sería, resaltar como obvio, que la arquitectura no se rige por una proporción única, como pensábamos inconscientemente cuando hablábamos de la proporción cordobesa, sino de múltiples proporciones de origen geométrico que simultáneamente nos conecta al mundo de las matemáticas y de los números infinitos, los irracionales, especialmente los relacionados con √2, √3 y √5.



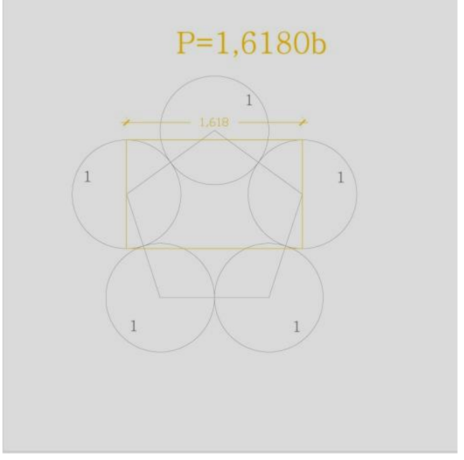


Fig.16. Proporción áurea: P=(1+√5)/2=1,618.

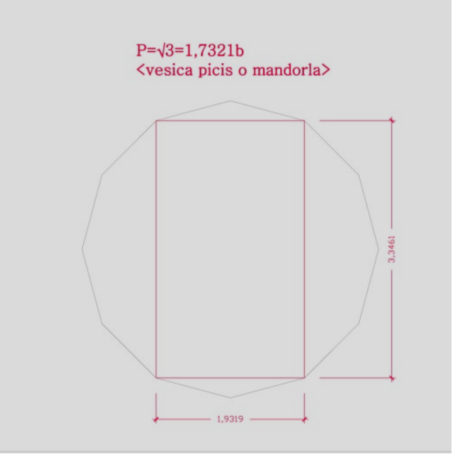


Fig.17. Proporción de raíz de tres: P=√3=1,7321.

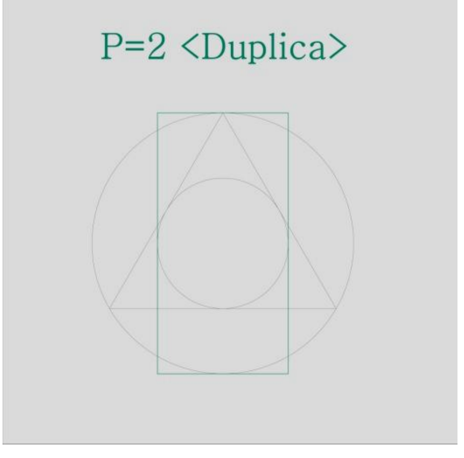


Fig.18. Proporción duplica: P=2.

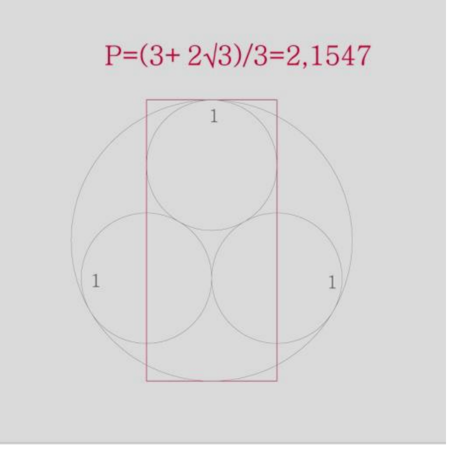


Fig.19. Proporción P=(3+2√3)/3=2,1547.

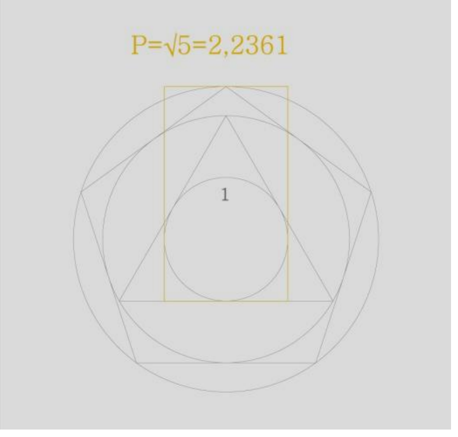


Fig.20. Proporción raíz de cinco: P=√5=2,2361.

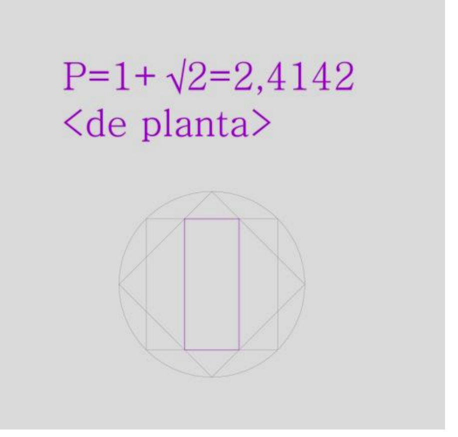


Fig. 21. Proporción de plata, P=1+√2=2,4142.

Fig.22. Proporción: P=(3+√5)/2=2,618.

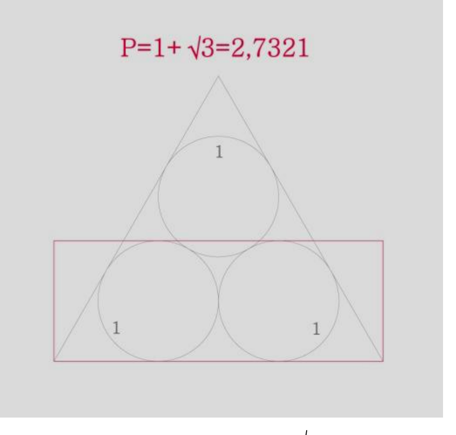


Fig.23. Proporción: P=1+√3=2,7321.

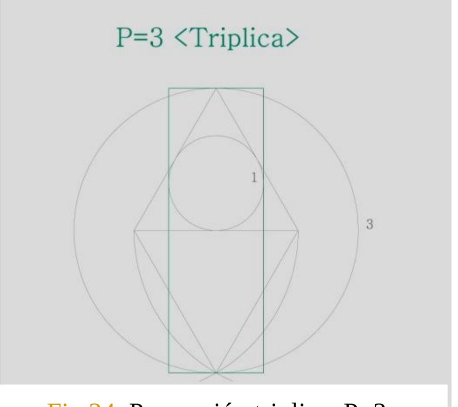


Fig.24. Proporción triplica: P=3.

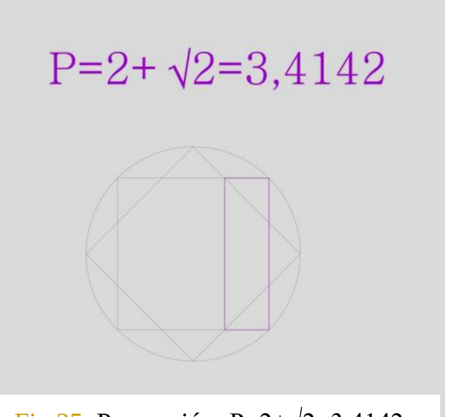


Fig.25. Proporción: P=2+√2=3,4142.

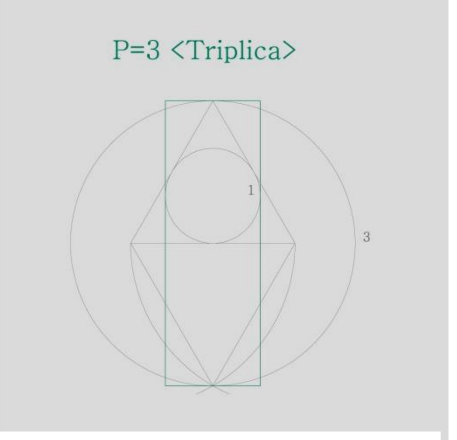


Fig.26. Proporción: P=2+√3=3,7321.

Ejercicio geométrico de globalidad. Como veremos a continuación en el Salón Rico, no se trata tan sólo de la proporción geométrica de una u otra habitación, de forma aislada del resto, sino que expresamente existe un ejercicio de globalidad de diversas geometrías que se solapan para determinar las proporciones exteriores e interiores.

Así en la Fig.27, vemos el Salón Rico, cuyo espacio interior más representativo está constituido por el espacio basilical de tres naves -sin cabecera separadas por dos pórticos de arcos de herradura con columnas-, que queda definido por un rectángulo que delimita un hexágono en cuyos vértices dibujamos seis círculos de diámetro 6 unidades (D3=6).

La unidad queda fijada en el diámetro del arco que preside la cabecera de la nave central del citado salón (D1=1), o sea, el espacio más emblemático donde se ubicará el Califa en las recepciones. La proporción entre este arco central establecido como unidad y los arcos de las cabeceras de ambas naves anexas oriental y occidental, tiene la proporción P=√5-1=1,2361.

El espacio conformado por las tres naves basilicales centrales que conforman el Salón Rico (E5, E6 y E7) tiene la proporción P=2√3/3=1,1547, que tendrá su repercusión en la arquitectura mozárabe de San Baudelio de Berlanga[79].

[79] *Idem*, pp. 90-91.

De igual forma, conviene señalarse la relación con uno de los graffiti geométricos identificados en San Miguel de Escalada (León)[80]. La precisión denota que están trazados con compás y la comprobación geométrica realizada establece una proporción entre sus diámetros de P=2√3/3=1,1547, o sea, la proporción entre círculo circunscrito y círculo inscrito a un hexágono. (Fig. 28)

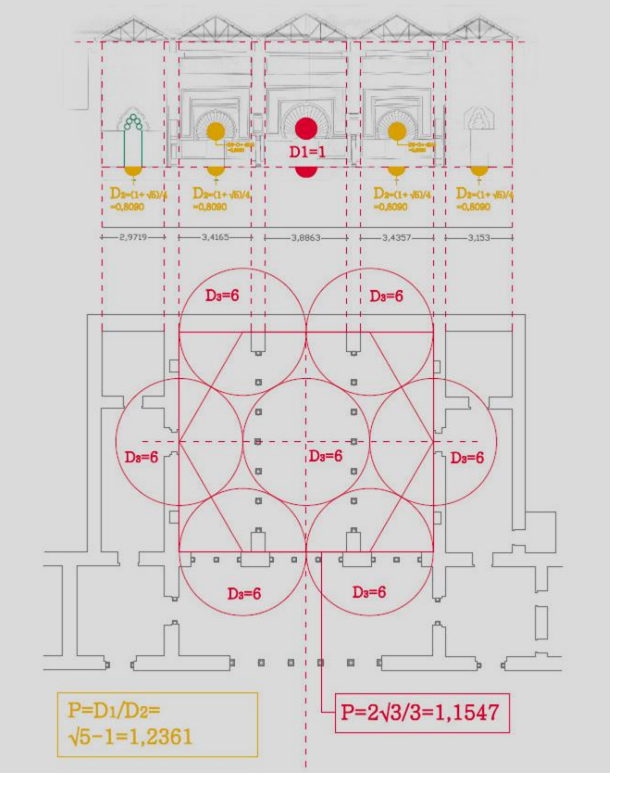


Fig. 27. Planta y alzado del testero principal norte del Salón Rico. Vemos la fijación del diámetro unidad en el diámetro del arco central que enmarca la posición principal del califa (D1=1). Los arcos laterales tienen un diámetro inferior [D2=(1+√5)/4=0,809], lo que implica respecto del central la proporción P=√5-1=1,2361.
El espacio basilical de tres naves y separado por dos pórticos de columnas tiene la proporción del hexágono llamada <Salón Rico>. El trazado de círculos en el mismo se obtiene un diámetro coincidente con seis veces el diámetro unidad D3=6.

[80] JIMENO GUERRA, V., *A propósito de los graffiti del templo de San Miguel de Escalada (León),* Estudios humanísticos. *Historia* nº 10, *2011,* p. 291.

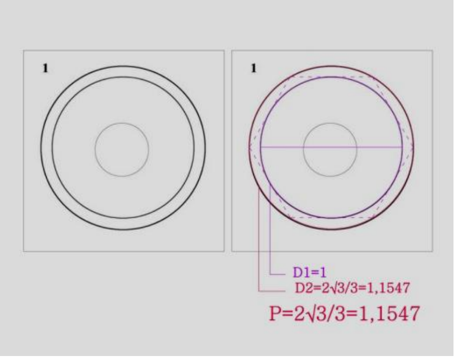


Fig.28. Graffiti en San Miguel de Escalada, León. (FUENTE: JIMENO GUERRA, V., *Estudios humanísticos. Historia nº 10*, 2011, p.291.

En la Fig. 29 se observa que la proporción exterior delimitada por la mayor anchura del cuerpo de fachada con respecto a la de las cinco naves basilicales, está conformada por cuatro círculos tangentes en la forma representada, generándose así una proporción exterior que responde a la expresión $P=(1+\sqrt{3})/2=1,366$.

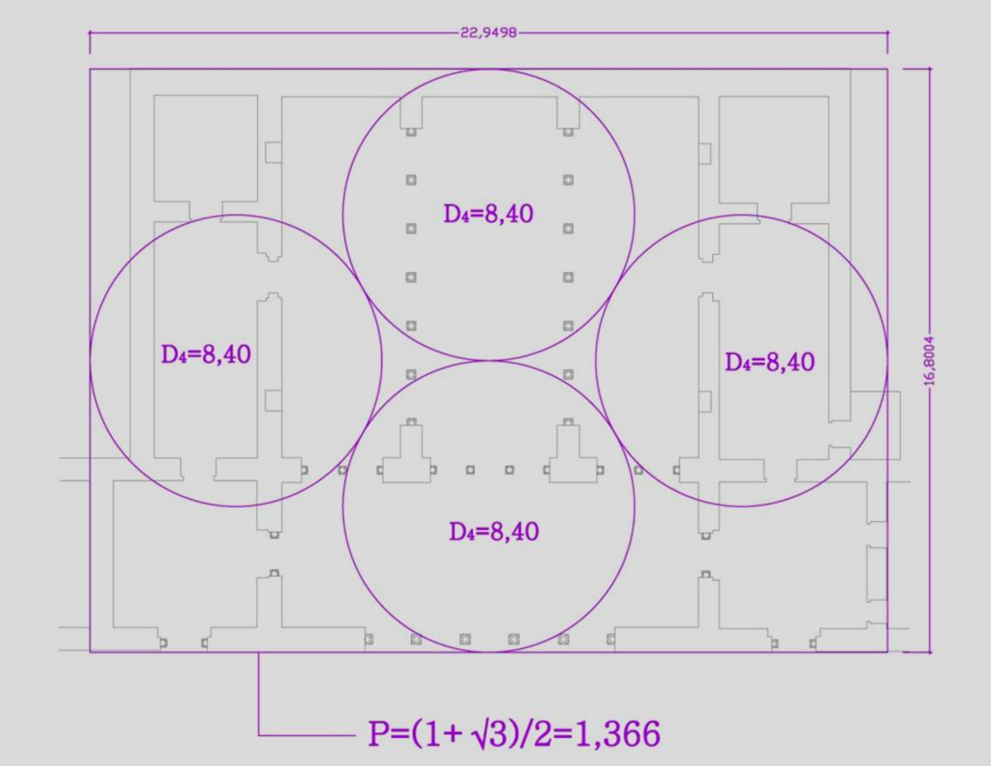


Fig.29. Proporción exterior total con anchura de la fachada, $P=(1+\sqrt{3})/2=1,366$.

En las Fig. 30 podemos comprobar que la proporción exterior que se corresponde con la anchura total de las cinco naves basilicales es la conocida proporción P=√5-1=1,2361, que es obtenida directamente del pentágono, de la relación entre círculo circunscrito y círculo inscrito en el mismo. Pero de igual forma podemos comprobar que la misma proporción queda contenida en una disposición singular de cuatro círculos iguales, con diámetro D5=10,3819 y en la forma de la Fig. 31: o sea dos círculos horizontales que son tangentes entre sí en un punto central. y otros dos círculos de igual diámetro que son tangentes interiormente a las líneas horizontales del rectángulo y que se entrecortan los cuatro círculos definiendo ocho puntos y éstos, a su vez, definen cuatro rectas en la forma indicada en la Fig.32, cuyos rectángulos permiten el dibujo de la espiral áurea y por lo tanto de la proporción áurea P=(1+√5)/2=1,618.

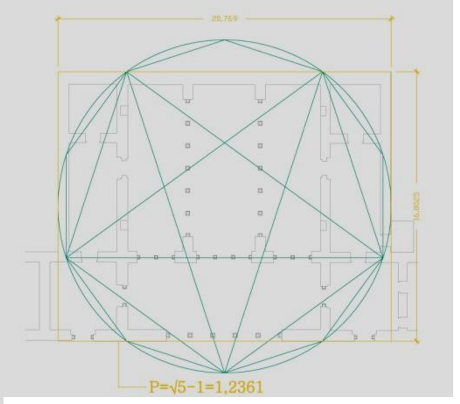


Fig. 30. Proporción exterior con anchura de las cinco naves basilicales, P=√5-1=1,2361.

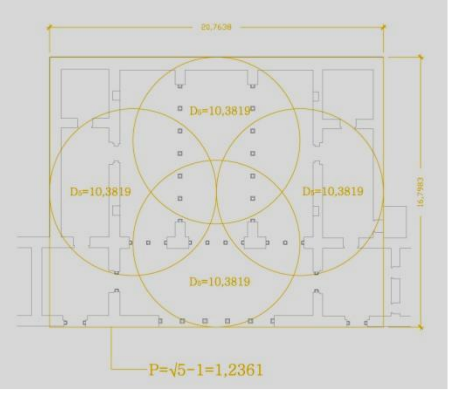


Fig. 31. Igual proporción que Fig. 30, con trazado de cuatro círculos.

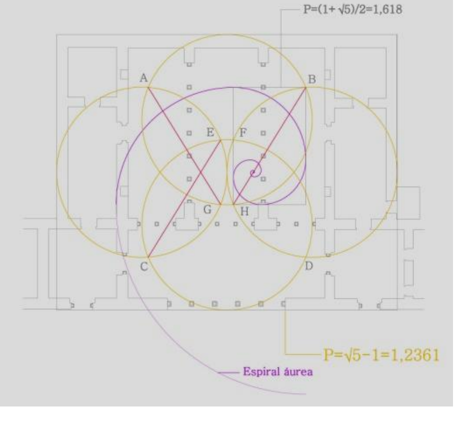


Fig. 32. Esta disposición de cuatro círculos llamados áureos, en un rectángulo de proporción P=√5-1=1,2361, tiene una característica singular en los puntos de encuentro entre círculos, ocho puntos en total llamados: A, B, C, D, E, F, G y H. De forma que los segmentos AG=CE=BH=FD definen en su rectángulo la proporción áurea, o sea, P=(1+√5)/2=1,618.

A modo de conclusión, la conjunción de círculos de las figuras anteriores Fig. 29 y Fig. 31 nos permite hacer una síntesis geométrica que responde en la planta del Salón Rico de Madinat al-Zhara, a la fijación de dos rectángulos. El primer rectángulo define la edificación exterior y dispone de la anchura de toda la edificación -sala transversal de acceso y saletas- recayente a la fachada al jardín. De forma proporcionada tiene una longitud de $1+\sqrt{3}=2{,}7321$ unidad y una anchura de 2 unidades, lo que implica una proporción de $P=(1+\sqrt{3})/2=1{,}366$ y su trazado responde a cuatro círculos iguales tangentes entre sí, de diámetro la unidad D=1, en la forma indicada en la Fig. 33 (Ver trazado de círculos morado).

El segundo rectángulo que define la edificación exterior contabilizando exclusivamente la dimensión del conjunto de cinco naves basilicales, que tiene una longitud de $2(\sqrt{5}-1)= 2{,}4721$ unidades y una anchura de 2 unidades, lo que implica que tiene una proporción de $P=\sqrt{5}-1=1{,}2361$; y responde a cuatro círculos iguales de diámetro $D=\sqrt{5}-1$ en la forma de la Fig. 33 (Ver trazado de círculos amarillos).

Pero a la pregunta ¿qué interés tienen el trazado de estos círculos? no es fácil responder, aunque sí podemos señalar que este uso tan preciso de resolver diferentes agrupaciones de círculos responde a un profundo conocimiento geométrico en este momento histórico del Califato de Córdoba. Y esta afirmación tiene su fundamento en la propia capacidad de las figuras en generar proporciones relacionadas con los números irracionales $\sqrt{3}$ y $\sqrt{5}$, como son: $P=(1+\sqrt{3})/2=1{,}366$; $P=\sqrt{3}=1{,}7321$; $P=1+\sqrt{3}=2{,}7321$; $P=\sqrt{5}-1=1{,}2361$; $P=(3+\sqrt{5})/4=1{,}309$; $P=(1+\sqrt{5})/2=1{,}618$; $P=2$; $P=(3+\sqrt{5})/2=2{,}618$. (Fig. 33)

Proporciones en los alzados. En el contexto de complejidad geométrica ya analizado para la planta, debemos suponer que no podría ser menos el conjunto de sus alzados, repletos de ornamentación, cuestión que queda pendiente de su desarrollo y de estudios posteriores.

Pero sí interesa exponer algunos ejemplos para vislumbrar las relaciones o proporciones entre elementos, para evidenciar las sutilezas de la geometría y los números irracionales en el trabajo arquitectónico de este tiempo.

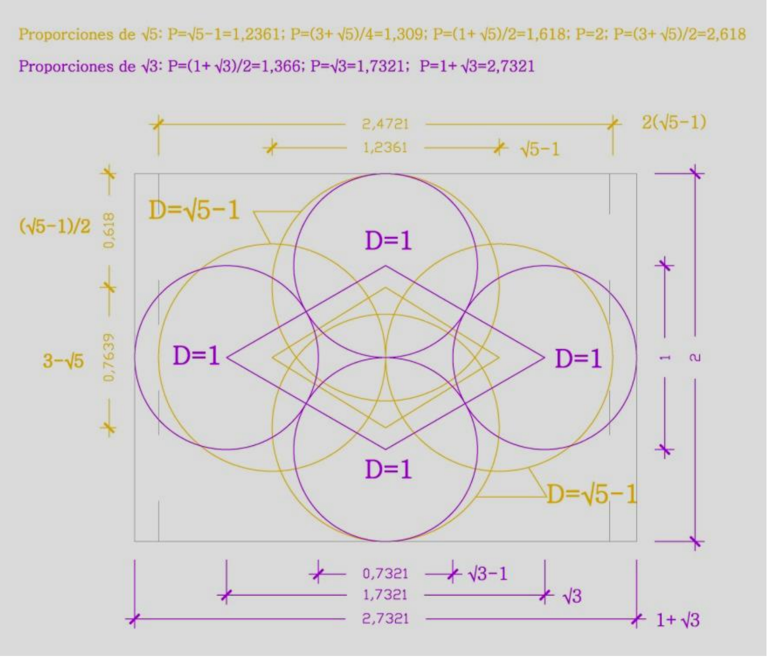


Fig. 33. Síntesis geométrica del Salón Rico, generadora de dimensiones relacionadas con √3 y √5.

Así, en la puerta de ingreso a la saleta noreste del Salón de Abd al-Rahman II, nos encontramos con un rectángulo que define el hueco de paso de la puerta -con dimensión la unidad para la anchura y altura de √5 de la puerta- que supone una proporción del hueco de la puerta de P=√5=2,2361. Dicha puerta queda recercada por otro rectángulo que conforma un dovelaje adintelado perimetral, que tiene una dimensión de anchura de √5=2,2361 y una altura de (3+√5)/2=2,618, que como vemos y con respecto a la unidad identificada de la anchura de la puerta, son medidas relacionadas con √5 (Fig.34)

Igualmente, si analizamos el alzado interior oriental del Salón Rico vemos que está compuesto por tres arcos recercados por alfiz rectangular de proporciones P=(1+√2)/2=1,2071; P=4/3=1,3333 y P=2(2-√2)=1,1716. También existe una proporcionalidad en los diámetros exterior e interior que definen los arcos de proporciones: P=D2/D1=√5=2,2361; P=D4/D3=(3+2√3)/2=2,1547 y P=D6/D5=(3+2√3)/2=2,1547. (Fig.35)

Por último, uno de los tableros del Salón Rico, cuyo rectángulo delimitador de la decoración vegetal tiene la proporción P=2√3/3=1,1547, precisamente utiliza la llamada proporción Salón Rico en su planta. (Fig.36)

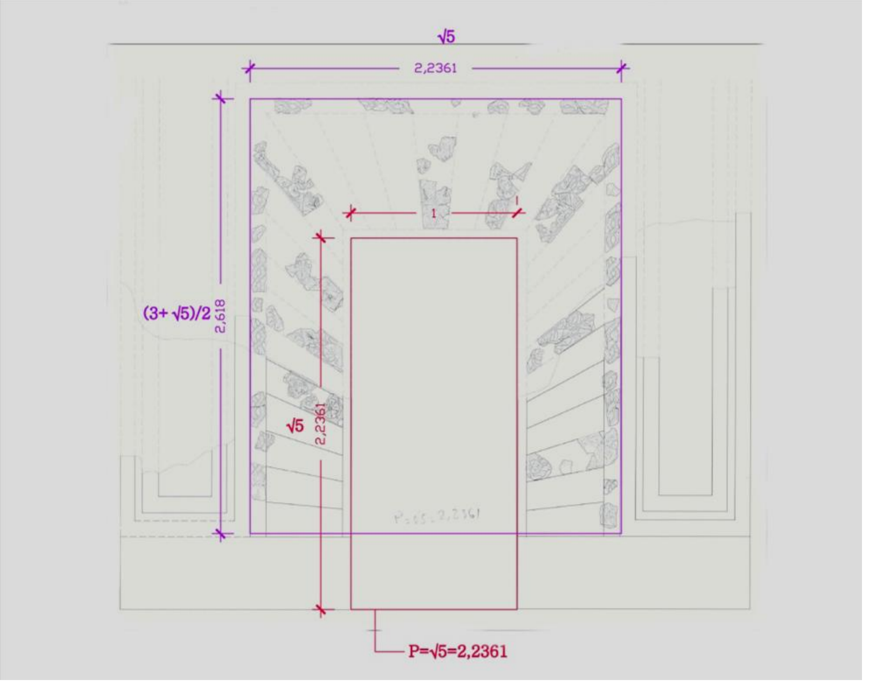


Fig. 34. Puerta de ingreso a la saleta noreste del Salón de Abd al-Rahman III. . (FUENTE: *La ciudad califal de Madinat al-Zahra.* Antonio Vallejo Triano. Almuzara 2010. Fig. 48).

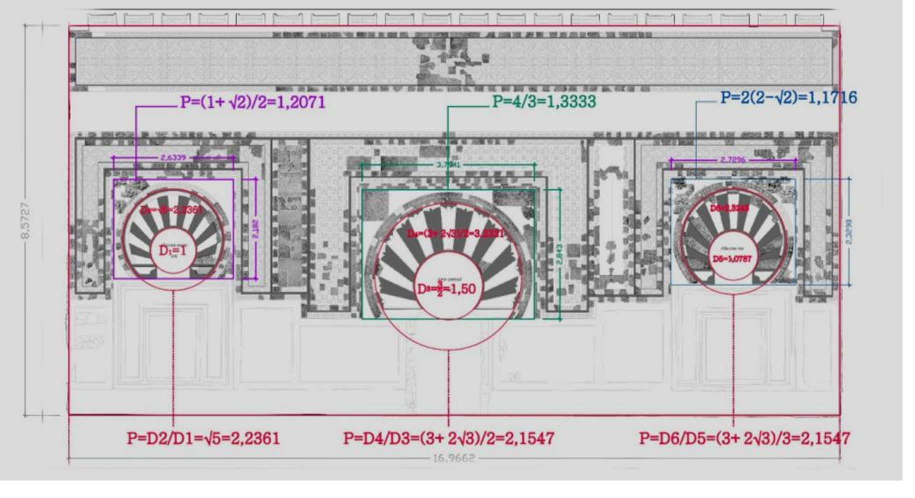


Fig. 35. Alzado Oriental del Salón Rico. (FUENTE: Proyecto Ejecución para la intervención en el Salón de Abd al-Rahman III, Julio 2013. Pau Soler Serratosa, arquitecto).

Fig. 36. Tablero del Salón Rico. (FUENTE: *Elementos de la decoración vegetal del Salón Rico de Madinat al Zahra: los tableros parietales.* Christian Ewert. Lám. 6, p. 48).

V. Similitud de proporciones utilizadas en el norte peninsular: las iglesias del Serrablo.

A los efectos de esta tesis y continuando con la pregunta más básica ¿existió la proporción en nuestra arquitectura? ¿cuáles y en qué arquitecturas se emplearon? para poder responder a estas preguntas resulta muy interesante abordar el estudio de aquellos espacios arquitectónicos más sencillos compuestos por nave única y cabecera con ábside -bien de planta rectangular o de planta circular-.

El interés de este ensayo reside en la sencillez de la comprobación de existencia o no de proporción de la planta de la nave (Pn), simplemente dividiendo la longitud de la nave (L) y la anchura de la nave (An), o sea: Pn=L/An.

Uno de esos ejemplos de clara voluntad geométrica queda identificado en la arquitectura del Valle del Serrablo (Huesca), con iglesias de nave única y ábside semicircular, muy acorde con la Cercadilla cristiana, reutilizada de la romana de nave única y ábside semicircular. Lo curioso es que para estos espacios alargados se seguirán empleando proporciones de habitación alargadas como en Madinat al-Zhara, y así lo podemos comprobar en los ejemplos del Serrablo seleccionados, obteniendo para la nave las proporciones siguientes: P=√3=1,7321 (Fig. 37), P=1+√2=2,4142 (Fig. 38), P=(3+√5)/2=2,618 (Fig. 39), P=(3+2√3)/3=2,1547 (Fig. 40), P=1+√3=2,7321 (Fig. 41).

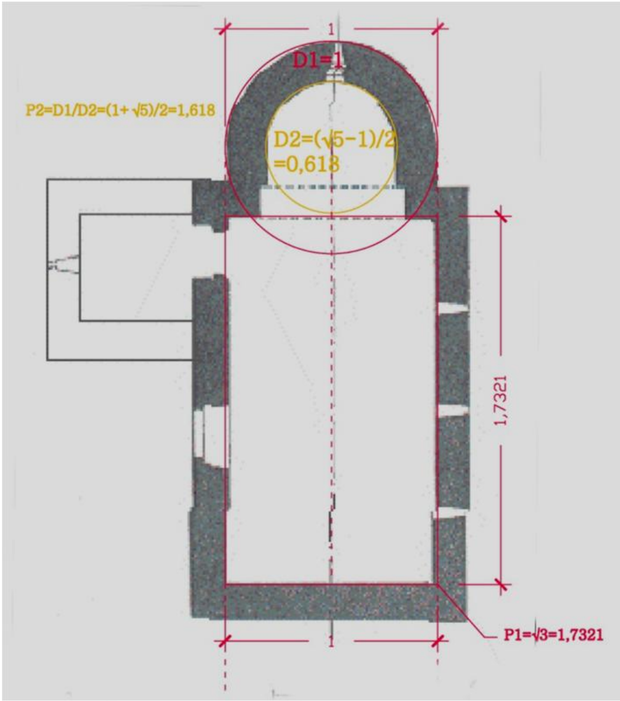


Fig. 37. San Martín Ordobés. Valle del Serrablo (Huesca), siglo IX.

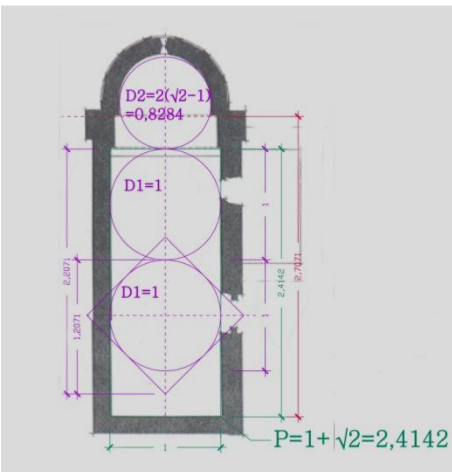


Fig. 38. San Andrés de Satué. Valle del Serrablo (Huesca) 1055.

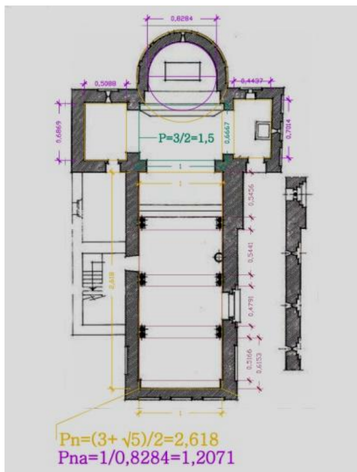


Fig. 39. San Pedro de Lárrede. Valle del Serrablo (Huesca) 1055.

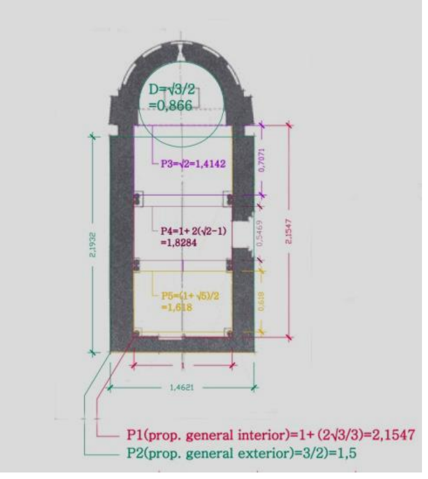


Fig. 40. San Juan Bautista de Busa. Valle del Serrablo (Huesca) 1065.

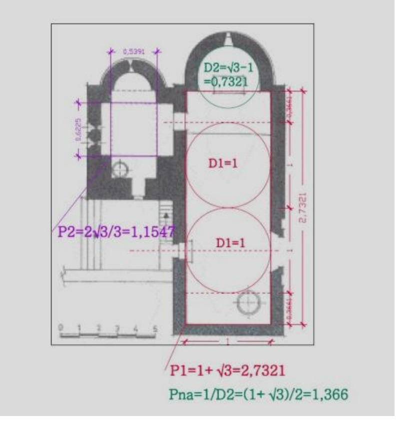


Fig. 41. San Pedro de Lasiego. Valle del Serrablo (Huesca) 1080.

Al igual que cuando tratamos el tema de la "Qubba no cuadrada", se utilizaban proporciones geométricas en su trazado, estos espacios arquitectónicos alargados no responden a un diseño arbitrario. Existe una proporción geométrica que define la exactitud infinita de los números irracionales, que relacionados con triángulos, cuadrado o pentágono nos genera proporciones relacionadas, respectivamente, con √3, √2 y √5.

Con seguridad que el valle del Serrablo recibió una población cordobesa, una repoblación cristiana, al tiempo que estas comprobaciones geométricas en la Córdoba Califal y en la Huesca Pirinaica del Serrablo, nos permite dar verosimilitud al trabajo con normalidad del arquitecto en la utilización de proporciones, que responde a las influencias y repercusiones del Sur peninsular.

Es indudable que estas relaciones y coincidencias no son gratuitas, quedan constatadas para proseguir en la investigación, y también es evidente que no toda la arquitectura de esta época responde a estas pautas de influencia geométrica. Pero con independencia de ello, lo importante que resaltar es que desde la metodología utilizada y desde el conocimiento geométrico se abren puertas al conocimiento de una arquitectura, en un contexto complejo y de dificultades para su comprensión.

VI. BIBLIOGRAFÍA.

ARIAS PÁRAMO, L, "Fundamentos geométricos, metrológicos y sistemas de proporción en la arquitectura altomedieval asturiana (siglos VIII y X)", *AEspA* nº 74, 2001, pp.233-280.

BAUTISTA, J. *Maestro Carpintero*, "Publicado en la presentación del libro CARPINTERÍA DE LO BLANCO (Diego López de Arenas)", Madrid 1633.

EUCLIDES, *Los Elementos*, Edición Princeps por Tatdolt, Venecia 1482.

EWERT, C., *Elementos de la decoración vegetal del Salón Rico de Madinat al Zahra: los tableros parietales. (El Salón de Abd al-Rahman III*), Imprenta San Pablo SL, Córdoba 1995. Lám. 6, p. 48.

GONZÁLEZ URBANEJA, P.M. "La solución de Euxodo a la crisis de los inconmensurables. La teoría de la proporción y el método de exhaución", *SIGMA* 33, diciembre 2008, pp. 101-129.

HERNÁN RUIZ II, *Libro de Arquitectura*, Fundación Sevillana de Electricidad (Estudios y facsímil), Sevilla 1998.

HERNÁNDEZ JIMÉNEZ, F. "El codo en la historiografía árabe de la Mezquita Mayor de Córdoba: contribución al estudio del monumento", *AL-MULK*. Anuario de estudios arabistas. Nº 2, Madrid 1961.

HERNÁNDEZ JIMÉNEZ, F. *El Alminar de Abd al-Rahman III en la Mezquita Mayor de Córdoba. Génesis y repercusiones.* Patronato de la Alhambra. Granada 1975.

HOZ ARDERIUS, R. DE LA, *La Proporción cordobesa*, Imprenta Provincial (Palacio de la Diputación), Córdoba 1973.

JIMENO GUERRA, V., A propósito de los graffiti del templo de San Miguel de Escalada (León), *Estudios humanísticos. Historia* Nº 10, 2011, pp. 277-296.

LÓPEZ DE ARENAS, D. *Breve compendio de la Carpintería de lo blanco y tratado de alarifes*, Impreso por Luis Estupiñan, Sevilla 1633.

OCAÑA JIMÉNEZ, M, "Arquitectos y mano de obra en la construcción de la gran Mezquita de Córdoba", *Boletín de la Real Academia de Córdoba*, nº 102, Enero-diciembre 1981, p.100.

PACCIOLI, L. *Suma aritmetica geometria-proportioni-et-proportionalita*, 1494

PACCIOLI, L. *De la Divina Proporción*, 1498

RIOBÓO CAMACHO, F. "Restauración de la Capilla Fernandina del Archivo Histórico Provincial de Córdoba", *Cuadernos de intervención en el Patrimonio Histórico* nº 2, *Córdoba 1991*, pp.12-20

RIOBÓO CAMACHO, F. "La Qubba no cuadrada: influencias y repercusiones en la arquitectura hispanomusulmana, *Revista AL-MULK* Nº 13, Córdoba 2015.

VALLEJO TRIANO, A. *El Salón de Abd al-Rahman III*, imprenta San Pablo SL, Córdoba 1995

VALLEJO TRIANO, A. *La Ciudad Califal de Madinat al-Zhara. Arqueología de su arquitectura.* ALMUZARA 2010.

VALLEJO TRIANO, A., Madinat al-Zhara: realidad histórica y presente patrimonial, *AWRAQ* Nº 7, 2003, p.130.

VITRUVIO POLIÓN, M.L. *Los diez libros de arquitectura*.