Divisilidad del número 27

Se sabe que el procedimiento general para averiguar si un número es divisible por otro es el de la división directa del primer número por el segundo, pero precisamente la teoría de la divisilidad trata de evitar esta división estudiando las condiciones características que presentan los múltiplos de módulos determinados como 2—3 5—11—17 etc., aunque se limite su estudio al de los divisores que con más frecuencia se presentan en la práctica.

El método general de los restos mínimos y el de la división invertida que ya expondremos en otra ocasión son muy útiles en la mayor parte de los casos para estudiar los caractéres de divisibilidad de los números, pero hay algunos como le sucede al número 27 que conviene más recurrir a algún artificio especial que con más facilidad nos lleve al fin que se pretende.

Si dividimos 1.000 entre 27 nos dá de resto 1, puesto $1.000 = 999 + 1 =$ múltiplo de $27 + 1 = \dot{27} + 1$.

Sea $N = \cdots\cdots\cdots\cdots$ E D C B A, en que cada letra representa un grupo de tres cifras y estudiemos las condiciones que ha de reunir N para ser $\dot{27}$ teniendo en cuenta que como primera condición N debe ser $\dot{9}$

Como cada letra representa un grupo de tres cifras, se tendrá que

$$N = A + 10^3 B + 10^6 C + 10^9 D + 10^{12} E + \cdots\cdots\cdots + 10^{3m} M. =$$
$$A + (999+1) B + (999+1)^2 C + (999+1)^3 D + \cdots\cdots\cdots + (999+1)^{3m} M =$$
$$A + (\dot{27} B + B) + (\dot{27} C + C) + (\dot{27} D + D) + \cdots\cdots\cdots + (\dot{27} M + M) =$$
$$\dot{27} + (A + B + C + D + \cdots\cdots\cdots + M)$$

De aquí se deduce que un número de tres cifras es divisible por 27 cuando descompuesto en grupos de tres cifras a partir de las unidades, la suma de dichos grupos sea también divisible por 27.

Si la suma obtenida tiene más de tres cifras se practica con ella la misma operación que con el número de donde procede, y se hará lo mismo con el nuevo resultado hasta llegar a un número de tres cifras.

Supongamos que llegamos a un resultado menor que 1.000 el que generalmente se obtiene a la segunda operación si N no es muy grande

Llamemos $P = cba$ dicho resultado y tendremos que $P = 100\,c + 10\,b + a = (27 \times 4 - 8)\,c + 10\,b + a = \dot{27} - 8\,c + 10\,b + a = \dot{27} + ba - 8\,c$.

Esto nos dice que un número de tres cifras es divisible por 27 cuando la diferencia entre el grupo de las decenas y unidades y el óctuplo de las centenas o al contrario, es múltiplo de 27 teniendo en cuenta que $0=\dot{27}$.

Teniendo en cuenta esta propiedad del número de tres cifras respecto al 27, puede ahorrarse la suma de los grupos y sumar únicamente los restos de cada grupo simplificando de este modo notablemente la operación.

El resto de cada grupo será positivo o negativo según que $ba-8\,c \gtrless 0$

Ejemplo: Averiguar si 479598276591 es $\dot{27}$.

Descompuesto el número en grupo de tres cifras a partir de las unidades nos dará

Calculemos los restos de cada grupo y escribámoslos debajo de los mismos

$$\begin{array}{cccc} 479. & 598. & 276. & 591 \\ 32 & 40 & 16 & 40 \\ \hline 47 & 58 & 60 & 51 \\ \overline{7} & 4 & 6 & \overline{3} \end{array}$$

El resto de 479 lo hemos calculado restando de $79=ba$ el producto $8c=32$. De dicho resto 47 hemos restado 54 que es $\dot{27}$ y nos ha dado $\overline{7}$.

Del mismo modo hemos calculado los demás.

Sumando los restos tendremos:

$\overline{7}+4+6+\overline{3}=10-10=0$ luego el número dado es divisible por 27.

La escritura de 32—40—16 y 40 debe de evitarse y hacer la sustracción de memoria y el cálculo queda reducido a la expresión siguiente:

$$\begin{array}{cccccccc} 479. & 598. & 276 & 591 & & & & \\ 47 & 58 & 60 & 51 & & & & \\ \overline{7} & 4 & 6 & \overline{3} & \text{Resto}=0. & & & \\ & & & & & \overline{72} & \overline{56} & \overline{48} \end{array}$$

2.º ejemplo: Sea el número 49.584.263.923.724.629

$$\begin{array}{cccccc} & 44 & 47 & \overline{49} & \overline{32} & \overline{19} \\ \overline{5} & \overline{10} & \overline{7} & 5 & \overline{5} & 8 \end{array}$$

Resto $\overline{5}+\overline{10}+\overline{7}+5+\overline{5}+8=\overline{14}$ o 13 resto por defecto.

La escritura de $\overline{72}-\overline{56}$ y $\overline{48}$ la hemos hecho para mejor comprensión del cálculo, pero debe de evitarse.

Para comprobar si 13 es el resto, se disminuye del último grupo o mejor del último resto y el resultado se suma con los restos anteriores. El resto de esta suma debe ser cero; es decir, que resto de

$\overline{5}+\overline{10}+\overline{7}+5+\overline{5}+8+\overline{13}=\overline{27}$ debe ser cero como lo es porque $\overline{27}=\dot{27}$

Una vez conocido el resto si lo hay en el número que sea objeto de nuestro estudio, se le disminuye a dicho número y veamos el modo de obtener el cociente, aunque el método puede aplicarse aunque el número dado N no sea divislble por 27.

$\frac{N}{27}=\frac{N}{3\overline{3}}=\frac{N}{30-3}$ y efectuando la división tendremos:

$$N \quad \Big| \; \underline{30-3}$$

$$\frac{3N}{30} = \frac{N}{10} \qquad \frac{N}{30} + \frac{N}{300} + \frac{N}{3000} + \cdots\cdots + \frac{N}{3 \times 10^{n}}$$

$$\frac{3N}{300} = \frac{N}{100}$$ es decir que podremos escribir:

$$\frac{N}{27} = \frac{N}{3}\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10^{2}} + \frac{1}{10^{3}} + \cdots\cdots + \frac{1}{10^{n}}\right)$$

De aquí se deduce la regla siguiente: para dividir un número por 27 se divide por 3 y el resultado se escribe debajo de sí mismo corriendo sucecivamente un lugar hacia la derecha, pero este procedimiento no es ventajoso nada más que para números de pocas cifras.

Por ejemplo: Dividir 38472 por 27.

Disposición del cálculo

```
12824
 1282
  128
   13
    1
-----
1424'8
```

División ordinaria

```
38472 | 27
      |--------
114     1424'88
  67
  132
   240
   240
```

Cuando el número tenga bastantes cifras conviene determinar el resto, disminuírselo al número y después dividir por 3 y el resultado por 9 empleando el método de la división invertida.

DIONISIO ORTIZ.