

## Introducción.

Hasta ahora hemos desarrollado una nueva teoría que permite explicar muchos de los fenómenos que aparecen en la escala subatómica. De acuerdo con esta teoría las partículas están descritas mediante una función de onda. A partir de esta función de onda podemos calcular probabilidades de obtener valores determinados de observables, valores medios, evoluciones temporales, etc. Sin embargo en este capítulo vamos a ver que la teoría desarrollada no es completa en el sentido de que hay ciertos experimentos que no se pueden explicar con lo que hemos desarrollado hasta el momento. La razón consiste en que hay que introducir un nuevo grado de libertad para ciertas partículas y se trata del espín. También veremos cómo se puede introducir el espín en la teoría que hemos desarrollado y como se puede realizar cálculos teniendo en cuenta este nuevo grado de libertad.

## El experimento de Stern-Gerlach. Momento angular intrínseco.

En un tema anterior hemos visto que los niveles de energía del átomo de hidrógeno se modifican cuando es átomo se somete a un campo magnético uniforme. Podemos preguntarnos ahora qué ocurriría si introducimos el átomo en un campo magnético no uniforme. Podemos pensar en primer lugar qué ocurriría clásicamente.

Si introducimos una espira en un campo magnético no uniforme la espira sufrirá una fuerza neta que viene dada por:

$$\mathbf{F} = \vec{\nabla} (\mathbf{M} \cdot \mathbf{B})$$

donde  $\vec{m}$  es el momento magnético de la espira. Si el campo magnético va en la dirección  $z$  la fuerza será:

$$F_z = M_z \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

En un tema anterior vimos que el átomo de hidrógeno se comporta como una espira de momento magnético

$$\mathbf{M} = -\frac{e}{2m_e} \mathbf{L}$$

De modo que la fuerza que sufre el átomo en el caso anterior será:

$$F_z = -\frac{e}{2m_e} L_z \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

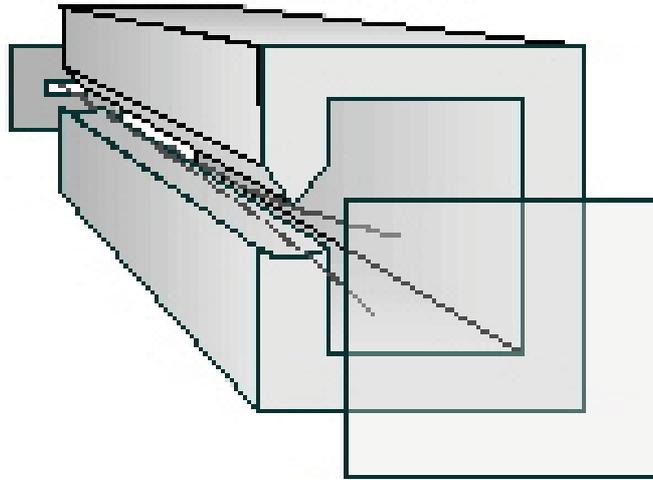
Vamos a suponer que hacemos pasar un haz de átomos de hidrógeno por un campo magnético no uniforme. Si conocemos el valor del gradiente del campo magnético podemos medir la componente del momento angular  $L_z$ . Ahora bien, sabemos que esta componente del momento angular sólo puede tomar valores discretos que sean múltiplos enteros de la constante de Planck,  $m\hbar$ . Si el haz de partículas tiene un valor bien determinado de  $\hat{L}_z = m\hbar$ , la fuerza sobre las partículas será:

$$F_z = -\frac{e\hbar}{2m_e} m \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\mu_B m \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

donde  $\mu_B = e\hbar/2m_e$  que se denomina el magnetón de Bohr.

Si todos los átomos del haz inicial tienen el mismo módulo del momento angular  $l$ , después de pasar por el campo magnético tendremos  $2l + 1$  haces correspondientes a los valores  $m = -l, -l + 1, \dots, l - 1, l$ . Es decir, que si los átomos tienen un valor determinado del momento angular el haz se dividirá en un número impar de haces.

Stern y Gerlach hicieron pasar un haz de átomos de plata por un campo magnético no uniforme mediante un dispositivo similar al de la figura. Lo que obtuvieron fue que el haz de átomos de plata se dividió en dos haces en lugar de dividirse en un número impar de haces.



Se intentó explicar este resultado suponiendo que los átomos se encuentran en un estado con  $l = 1$  y que por algún motivo no existe el estado correspondiente con  $m = 0$ , lo cual no tenía mucho sentido. Además el estado fundamental es normalmente un estado con  $l = 0$  por lo que debería aparecer de todas formas una mancha en centro de la pantalla.

Posteriormente Phipps y Taylor repitieron el experimento con átomos de hidrógeno. Utilizaron un haz de átomos con una temperatura pequeña, de modo que los átomos se encontrarían en el estado fundamental ( $l = 0$ ) y de nuevo el haz se dividió en dos. Estos experimentos nos indican que existe un momento dipolar magnético que no hemos tenido en cuenta por el momento. Podríamos pensar que este momento dipolar magnético se puede deber al núcleo. Sin embargo el momento dipolar magnético tiene que ser del orden de  $e\hbar/2m_p$  (donde  $m_p$  es la masa del protón), es decir unas 2000 veces menor, pero las medidas indicaban que este nuevo momento dipolar magnético era del orden del magnetón de Bohr y por tanto se debe al electrón.

Uhlenbeck y Goudsmit fueron los primeros en introducir una teoría que permitiera explicar los resultados anteriores. Posteriormente fue Pauli el que desarrolló una teoría más correcta y que es la que estudiaremos a lo largo del tema. Uhlenbeck y Goudsmit consideraron que el electrón gira en torno a sí mismo, de modo que presenta un momento dipolar magnético propio (intrínseco). Además consideraron que el valor del número  $l$  (que nos da el módulo del momento angular) tenía que ser  $l = \frac{1}{2}$ , de modo que el número  $m$  toma los valores  $m = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$  (un número par de valores), lo cual explicaría el que aparezcan dos manchas en la pantalla. El momento dipolar magnético en la dirección  $z$  debido a este

momento angular de rotación tomaría por tanto los valores:

$$M_z = \pm \frac{e}{2m_e} \frac{1}{2} \hbar = \pm \frac{\mu_B}{2}$$

Si introducimos este valor en la expresión de la fuerza se puede calcular la desviación de los dos haces en que se divide el haz principal. Resulta que la desviación observada es el doble, por lo tanto tenemos que introducir en la expresión del momento dipolar magnético un nuevo parámetro:

$$M_z = \pm g_s \frac{\mu_B}{2}$$

donde  $g_s = 2$  se conoce como la razón giromagnética de espín. Lo que acabamos a ver puede parecer un poco chapuza, pero fue la primera teoría sobre el espín y que pudo explicar el desdoblamiento del haz en el experimento de Stern-Gerlach. Hoy en día tenemos una teoría mucho mejor debida a Dirac, en la cual el espín a parece de forma natural y mediante la cual se puede calcular el factor giromagnético, cuyo valor es  $g_s = 2.0023 \dots$

La teoría anterior tiene un inconveniente grave y que si tomamos como radio del electrón el valor clásico la superficie del electrón se tiene que mover a una velocidad superior a la de la luz o si por el contrario imponemos la condición de que la velocidad de la superficie sea inferior a la de la luz el radio del electrón sería demasiado grande, cosa que no se ha observado nunca. En realidad la teoría anterior no es correcta y el espín no se debe a la rotación del electrón. El electrón es una partícula puntual (hasta lo que conocemos hoy en día) pero que tiene un grado de libertad interno además de los tres grados de libertad de su posición. Esto indica que si lo describimos mediante una función de onda no tendremos una descripción completa ya que no se tiene en cuenta ese nuevo grado de libertad. Vamos a ver a continuación como podemos tener en cuenta el nuevo grado de libertad del electrón, para lo cual comenzaremos por estudiar las propiedades de un momento angular semientero.