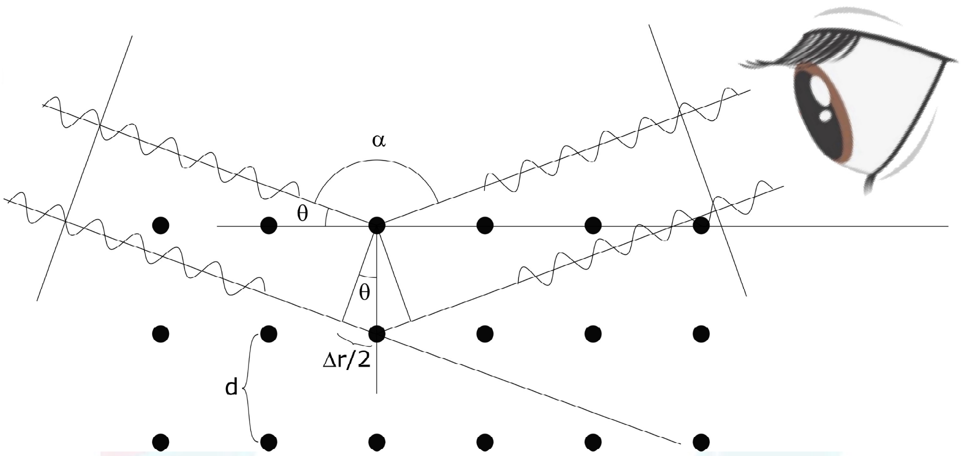
Ley de Bragg.

La ley de Bragg fue descubierta por Lawrence Bragg y su padre William Henry Bragg, al estudiar la reflexión de rayos X por un cristal. Para determinados ángulos de incidencia se observa que la intensidad de la radiación reflejada es mayor. Este fenómeno se puede explicar como una interferencia constructiva para una determinada dirección, de modo que se trata de un fenómeno de difracción. La ley de Bragg se utiliza habitualmente para medir los parámetros de una red cristalina. En el experimento de Davisson y Germer se utiliza la ley de Bragg para interpretar los resultados experimentales que se obtienen y fue la primera confirmación experimental de la hipótesis de de Broglie.

La siguiente figura nos puede servir para deducir la ley de Bragg.



La radiación incide sobre una estructura cristalina, de modo que la distancia entre dos planos consecutivos del cristal vale d. Si denominamos θ al ángulo que forma la radiación incidente con el plano del cristal, la radiación reflejada formará el mismo ángulo, tal como se muestra en la figura. Ahora bien, la radiación también se refleja en la segunda capa de átomos, de modo que se produce una interferencia entre la radiación reflejada en la primera capa de átomos y la reflejada en la segunda capa. Queremos ver para qué ángulo β se produce una interferencia constructiva entre las dos radiaciones. En la figura se han dibujado dos frentes de ondas correspondientes a la radiación incidente y la reflejada que llega al "ojo". A partir de la figura se puede ver que:

$$\sin\theta = \frac{\Delta r/2}{d}$$

siendo Δr la diferencia de camino entre lo que han recorrido los dos frentes de onda. Por tanto:

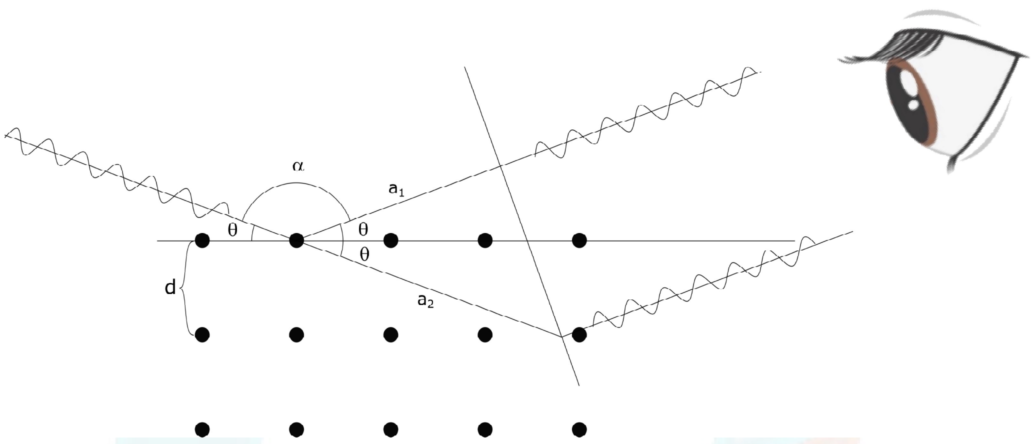
$$\Delta r = 2d\sin\theta$$

Para que se produzca una interferencia constructiva se tiene que verificar que $\Delta r = n\lambda$, siendo n un número entero y λ la longitud de onda de la radiación. Por tanto, observaremos un máximo en la radiación reflejada para

$$2d \sin \theta = n\lambda$$

Esta ecuación se conoce como la ley de Bragg y el número n se denomina el orden de difracción.

Hay otra forma distinta de llegar a la misma conclusión, que es menos directa pero más sencilla de entender, ya que es similar a lo que se hace cuando se estudia la interferencia en láminas delgadas. Cuando la radiación incidente se refleja en la primera capa de átomos parte se refleja y parte seguirá propagándose. Lo que ha pasado se puede reflejar en la segunda capa de átomos y de nuevo una parte seguirá propagándose y así sucesivamente. Pues bien, lo que tenemos que hacer es estudiar la diferencia de caminos entre lo que se ha reflejado en la primera capa y lo que se refleja en la siguiente. Podemos ver todo esto en la siguiente figura.



Cuando la radiación llega al frente de ondas que se dirige hacia el "ojo", lo que se refleja en la primera capa ha recorrido una distancia a_1. Por su parte, lo que se ha reflejado en la segunda capa de átomos ha recorrido una distancia a_2. Esta última distancia es fácil de calcular a partir del ángulo θ, ya que:

$$\sin \theta = \frac{d}{a_2}$$

de modo que:

$$a_2 = \frac{d}{\sin \theta}$$

Por otro lado, de los dos ángulos de valor θ indicados en la figura se ve que:

$$\cos 2\theta = \frac{a_1}{a_2}$$

de modo que:

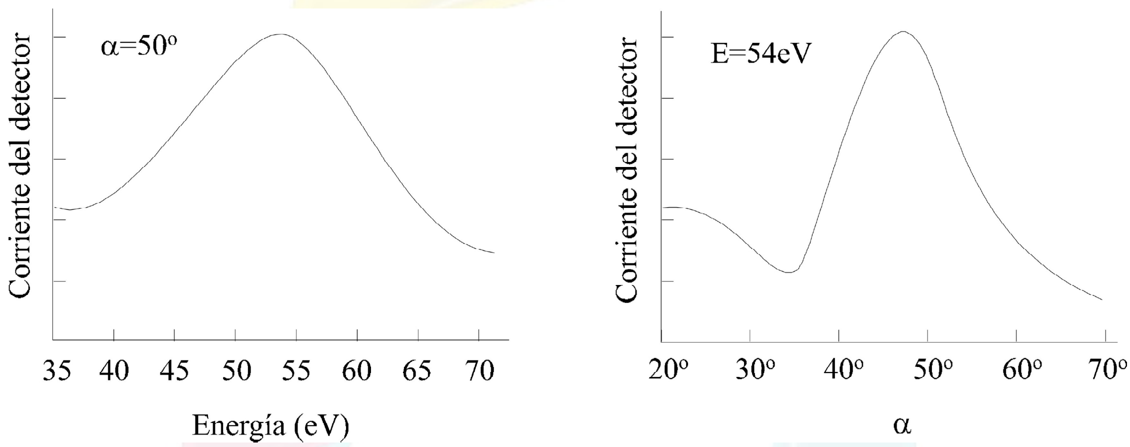
$$a_1 = a_2 \cos 2\theta = \frac{d}{\sin \theta} \cos 2\theta$$

Podemos calcular ya la diferencia de caminos:

$$\begin{aligned}
\Delta r &= a_2 - a_1 = \frac{d}{\sin\theta} - \frac{d}{\sin\theta}\cos 2\theta = \\
&= \frac{d}{\sin\theta}(1-\cos 2\theta) = \frac{d}{\sin\theta}\left(1-\cos^2\theta+\sin^2\theta\right) = \\
&= \frac{d}{\sin\theta} 2\sin^2\theta = 2d\sin\theta
\end{aligned}$$

Por tanto, llegamos a la misma conclusión.

Podemos ver como ejemplo los resultados del experimento de Davisson y Germer, que se muestran en la siguiente figura.



De las dos gráficas podemos ver cuando la energía de los electrones es de 54eV, el máximo se obtiene para el ángulo $\alpha = 50^{\circ}$. De las figuras anteriores se puede ver la relación entre θ y α, que es $\alpha + 2\theta = \pi$. De la ley de Bragg para la difracción de pimer orden:

$$2d\sin\theta = 2d\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha}{2}\right) = 2d\cos\frac{\alpha}{2} = \lambda$$

Para el caso del Níquel, la distancia entre dos planos consecutivos es de 0.091nm= $0.091\cdot 10^{-9}m$, por tanto:

$$\lambda = 2\cdot 0.091\cdot 10^{-9}\cos\left(\frac{50}{2}\frac{\pi}{180}\right) = 1.65\cdot 10^{-10}\mathrm{m}$$

Vamos a ver qué longitud de onda le corresponde a los electrones de 54eV a partir de las relaciones de de Broglie-Einstein:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = \frac{6.626\cdot 10^{-34}}{\sqrt{2\cdot 9.1\cdot 10^{-31}\cdot 1.6\cdot 10^{-19}\cdot 54}} = 1.67\cdot 10^{-10}\mathrm{m}$$

El resultado es muy parecido.