Teoria de la Transformación Numérica

PRELIMINARES

En las diversas operaciones del cálculo numérico ocurre con mucha frecuencia tener que usar números en que todas o por lo menos algunas de sus cifras sean superiores a cinco. El manejo de tales números siempre resulta molesto sobre todo en las operaciones de segunda y tercera categoría, pero principalmente en la multiplicación y división y sobre todo en la primera por ser la más corriente de todas las operaciones de las categorías indicadas.

Si pretendemos efectuar dicha operación por el método corriente, podemos salvar en parte la dificultad del empleo de cifras elevadas, haciendo uso de los métodos abreviados aplicables a cada una de ellas, pero si pretendemos usar desde luego el procedimiento especial de obtener el resultado sin productos parciales, entonces se hace precisa la transformación en la mayor parte de los casos que se presenten, por que el trabajo mental que en caso contrario habría que realizar sería muy superior a nuestras facultades mentales.

En cuanto a la división también es muy conveniente la transformación en el divisor y en el cociente, como veremos más adelante, aunque en esta operación no nos detendremos tanto como en la multiplicación, por su menor uso. Aunque no es tan ventajosa la transformación numérica en las operaciones de primera categoría, hemos de indicar la manera de efectuarla por ser necesario su conocimiento para algunos casos de transformación de las operaciones de orden superior.

Antes de entrar de lleno en el estudio de la transformación daremos algunas definiciones necesarias para esta teoría, suponiendo conocida la Aritmética vulgar y las nociones más elementales sobre el cálculo de números positivos y negativos, del que no nos ocuparemos por no hacer demasiado extenso este estudio.

BRAC, 9 (1924) 279-284

DEFINACIONES NECESARIAS

Número ordinario es cualquiera escrito en forma corriente sea entero decimal, fraccionario, etc.

Ejemplos: 439837; 35,9048; $\frac{1386}{4729}$;

Número transformado es aquel número que contiene cifras positivas y negativas como $440\bar{2}4\bar{3}$; $5\bar{4}0\bar{2}37$; $4\bar{4},0\bar{9}\bar{5}\bar{2}$; $4\bar{5},9048$; $\frac{14\bar{1}\bar{4}}{5\bar{3}3\bar{1}}$

Ecétera, que como veremos más adelante son equivalentes a los anteriores.

Número uniforme es el que está constituido por una sola cifra como 44444 y *multiforme* es el que lo está por varias como 191; 43789; 21778.

Si todas las cifras son significativas se llama completo y en caso contrario incompleto.

Orden de multiformidad: es el número de cifras significativas distintas que lo integran; si son dos es de segundo orden con 344; si tres de tercero como 8400148; etc

Clase de un número—es el número de sus cifras prescindiendo de los ceros que contenga, como por ejemplo 730900700 es de cuarta clase; 413002813500 es de octava clase, etc.

Valor significativo de un número es la suma de sus cifras. Ejemplo: 3400914 es de valor 21; 3333 es de valor 12 etc.

Si el número es transformado su valor será la diferencia absoluta de la suma de las cifras positivas y de las negativas.

Ejemplos: $473\bar{8}10\bar{9}5\bar{3}\bar{6}$

La suma de las positivas será $4+7+3+1+5=20$

Idem negativas « $8+9+3+6=26$

Valor $26-20=6$ prescindiendo del signo.

Si el número fuera $3\bar{5}4\bar{8}1\bar{9}6026$ su valor seria $(3+4+1+6+2+6)-(5+8+9)=22-22=0$

Todo número de valor cero es mútiplo de 9.

PROBLEMAS FUNDAMENTALES

«Dado un número ordinario obtener su transformado» (problema directo).

«Dado un número transformado obtener el ordinario de dónde procede» (problema inverso).

El primer problema tiene tantas soluciones como transformaciones pueden obtenerse de un número dado, como veremos más adelante.

El segundo problema siempre es único pues el número ordinario no tiene nada más que una sola forma.

Para resolver el primer caso se descompone el número en grupos, convenientemente escogidos según la clase de transformación que se desea obtener, y una vez hecho esto, se halla el complemento de cada grupo con relación a su cifra de orden más elevado aumentada en una mitad y seguida de todos ceros como cifras menos una tenga el grupo, el que nunca debe de empezar por 9 salvo el caso de que sea el primero de la izquierda del número y entonces el complemento es con relación la unidad seguida de tantos ceros como cifras tenga el grupo antedicho.

Una vez hecho esto se escribe una rayita horizontal sobre cada cifra obtenida menos en la primera que será la primera del grupo aumentada en una unidad.

Pueden dejarse sin transformar alguno o algunos grupos.

De una manera más sencilla podemos decir que para transformar un grupo cualquiera se resta la cifra de las unidades del grupo de 10 y las demás de 9 menos la primera cifra del grupo que se aumenta en una unidad. A todas las cifras obtenidas menos a la primera se le pone encima el signo menos.

Si el grupo empieza por 9 se haya el transformado haciendo la misma operación anterior incluso con el 9 y el grupo obtenido se hace preceder de la cifra 1.

EJEMPLOS

1.º) Sea el número 7249813.

Para transformarlo diremos: de 3 a 10, $\bar{7}$; de 1 a 9, $\bar{8}$; de 8 a 9, $\bar{1}$; de 9 a 9, 0; de 4 a 9, $\bar{5}$; de 2 a 9, $\bar{7}$ y 7 y 1, 8 y por tanto se tendrá que el transformado de 7249813 será $8\bar{7}\bar{5}0\bar{1}\bar{8}\bar{7}$

Más adelante demostraremós la equivalencia entre un número y cualquiera de sus transformados directos.

Descomponiendo al número en los grupos 72 y 49813 el resultado de la transformación sería en este caso $8\bar{8}50\bar{1}\bar{8}\bar{7}$.

Si no quisieramos transformar el 13 y si los grupos 72 y 498 el resultado sería $8\bar{8}50\bar{2}\,13$.

Como $72=100-28=1\bar{2}\bar{8}$ sustituyendo dicha expresión en vez de $8\bar{8}$ tendríamos como nueva trasformación $1\bar{2}\bar{8}50\bar{2}13$.

Si pretendemos que desaparezca el $\bar{8}$ dividiríamos a 7249813 en los siguientes grupos 7—2—4 98 y 13 y transformaríamos el 7 y 498 y como $7=1\bar{3}$ y $498=50\bar{2}$ tendríamos que el resultado de la transformación sería en este caso $1\bar{3}250\bar{2}13$ que presenta sobre las demás la ventaja de que ninguna de sus cifras es superior a 5. Esta transformación es en general la más conveniente para efectuar las multiplicaciones sin productos parciales.

Como se ve, del número 7249813 hemos obtenido las siguientes transformaciones.

$8\bar{7}\bar{5}0\bar{1}\bar{8}\bar{7}$; $8\bar{8}50\bar{1}\bar{8}\bar{7}$; $1\bar{2}\bar{8}50\bar{2}13$ y $1\bar{3}250\bar{2}13$

Como se observará pueden obtenerse muchas más transformaciones

2.°) Sea el número 2899019599997.

Si lo descomponemos en los grupos 28990 y 19599997 el resultado de la transformación será el siguiente: $3\bar{1}0\bar{1}020\bar{4}0000\bar{3}$ que como vemos contiene seis cifras significativas menos que el ordinario de donde procede.

3.°) Si el número fuera 35929179399465, transformándolo sin descomposición nos dará $4\bar{4}0\bar{7}0\bar{8}\bar{2}0\bar{6}00\bar{5}\bar{3}\bar{5}$ que como vemos contiene cinco cifras significativas menos que el ordinario aunque algunas cifras son superiores a 5. Esta transformación es muy conveniente para obtener un producto, con productos parciales pues en este caso el número de ellos disminuiría en cinco.

Si el producto ha de obtenerse sin productos parciales convendría más la siguiente descomposición; 359—29—179—399465 en que la transformación sería $4\bar{4}\bar{1}3\bar{1}2\bar{2}\bar{1}400\bar{5}\bar{3}\bar{5}$ pues en este caso no hay ninguna cifra superior a 5.

Resolvamos ahora el problema inverso es decir:

«Dado un número transformado, obtener el ordinario de donde procede».

Para resolver este problema se descompone el número en grupos en que todas sean positivas lo que indican que estos grupos no han sufrido variación ninguna.

Una vez hecho esto se restan las unidades de cada grupo de 10 y las demás de 9 y la cifra positiva se disminuye en una unidad.

Si entre dos cifras negativas hay algún cero se considera como transformado del 9 o sea $\bar{0}$.

EJEMPLOS

1.°) Determinar el ordinario de $8\overline{75}0\overline{187}$.

Este número consta de un solo grupo y por tanto diremos para calcular el ordinario: de 7 a 10 (3); de 8 a 9, (1); de 1 a 9, (8); de 0 a 9, (9); de 5 a 9, (4) y de 7 a 9, (2) y por último 8 - 1, (7); el número será 7249813

2.°) $8\overline{8}5\overline{018}7$. Los grupos en este número son dos $8\overline{8}$ y $50\overline{187}$ cuyos ordinarios serán 72 y 49813 y el número por tanto será 7249813

3.°) $1\overline{28}50\overline{2}13$. En este número los grupos serán $1\overline{28}$; $50\overline{2}$ y 13. Este último no fué transformado en el ordinario y los ordinarios de los otros dos son 72 y 498 y el número total será 7249813.

4.°) $1\overline{3}250\overline{2}13$. Los grupos serán los siguientes: $1\overline{3}$; 2; $50\overline{2}$ y 13 y los ordinarios del 1.° y 3.° serán 7 y 498 luego el número que buscamos es 7249813.

Como vemos en estos cuatro ejemplos hemos obtenido el mismo resultado, como no podrá por menos de suceder, por ser estos cuatro números transformados, procedentes del ordinario 7249813 según vimos en el problema directo.

Esto nos prueba 1.° que todo número transformado es equivalente al ordinario de que procede y 2.° que todos los transformados procedentes de un ordinario son equivalentes entre sí.

Más adelante veremos la demostración directa de estos dos principios tan importantes y que constituyen la base de esta Teoría de la Trasformación Númerica.

5.°) Sea el número $3\overline{1}0\overline{1}020\overline{4}0000\overline{3}$.

Los grupos serán los siguientes: $3\overline{1}0\overline{1}$; 0; $20\overline{4}0000\overline{3}$

Aplicando la regla general tendríamos que el ordinario del 1.er grupo sería 2899 y el del 3.°, 19599997 luego el ordinario que buscamos es 2899019599997

Véase número 2.° del problema directo.

6.°) Sea el número $4\overline{4}0\overline{7}0\overline{82}0\overline{6}00\overline{535}$

Como vemos está constituido por un solo grupo y su ordinario es 35929179399465.

Véase número 3.° problema directo.

7.°) $4\overline{41}3\overline{1}2\overline{21}400\overline{535}$.

En este caso los grupos son los siguientes: $4\overline{41}$; $3\overline{1}$; $2\overline{21}$ y $400\overline{535}$ que calculando sus ordinarios y uniéndolos nos darán 35929179399465.

Véase número 3.° problema directo.

Una vez conocidos los problemas fundamentales directo e inverso de la Transformación, entremos ya de lleno en la teoría de la misma para lo cual demostraremos los dos teoremas fundamentales en que se basa y que son los siguientes:

TEOREMA PRIMERO.

Todo número ordinario es equivalente a cualquiera de sus transformados.

Prescindiendo de la demostración literal (y por consiguieute general de este teorema) vamos a dar la demostración numérica tomando alguno de los números transformados en esta teoría

Sea 7249813 un número cualquiera y $8\bar{7}\bar{5}0\bar{1}\bar{8}\bar{7}$ uno cualquiera de sus transformados.

Si estos números son equivalentes su suma debe de ser doble de 7249813 y su diferencia ser nula.

Efectuando la primera operación tendremos:

$$\begin{array}{r} 7249813 \\ 8\bar{7}\bar{5}0\bar{1}\bar{8}\bar{7} \\ \hline 15\bar{5}\bar{1}9\bar{7}\bar{4} \\ 14499626 \end{array}$$

Para efectuar esta operación diremos, 3 y $\bar{7}=\bar{4}$; 1 y $\bar{8}=\bar{7}$; 8 y $\bar{1}=7$, etc. hasta llegar a 7 y $8=15$.

Después se halla el ordinario del resultado (pues hasta el estudio de la suma no indicaremos otro procedimiento para obtener directamente el ordinario) y veremos que es precisamente el duplo de 7249813.

Para demostrarlo por la sustracción bastará escribir el signo menos a todas las cifras del ordinario y después sumar o más sencillamente cambiar los signos del transformado. Efectuando después la suma debe de resultar cero.

$$\begin{array}{r} \bar{7}\bar{2}\bar{4}\bar{9}\bar{8}\bar{1}\bar{3} \\ 8\bar{7}\bar{5}0\bar{1}\bar{8}\bar{7} \\ \hline 0000000 \end{array}$$

Cálculo: $\bar{3}$ y $\bar{7}=\overline{10}$ se escribe el cero y se lleva $\bar{1}$; $\bar{1}$ y $\bar{1}$, $\bar{2}$ y $\bar{8}=\overline{10}$ y así sucesivamente hasta llegar al final que daría $\bar{1}$ y $\bar{7}$, $\bar{8}$ y $8=0$.

$$\begin{array}{r} 7249813 \\ \bar{8}750187 \\ \hline 0000000 \end{array}$$

Cálculo: 3 y 7, 10 se escribe el cero y se lleva 1 y 1, 2 y 8, 10 y así sucesivamente hasta decir 1 y 7, 8 y $\bar{8}$, cero.

Esta demostración es más fácil que la anterior.

DIONISIO ORTIZ

(Continuará)